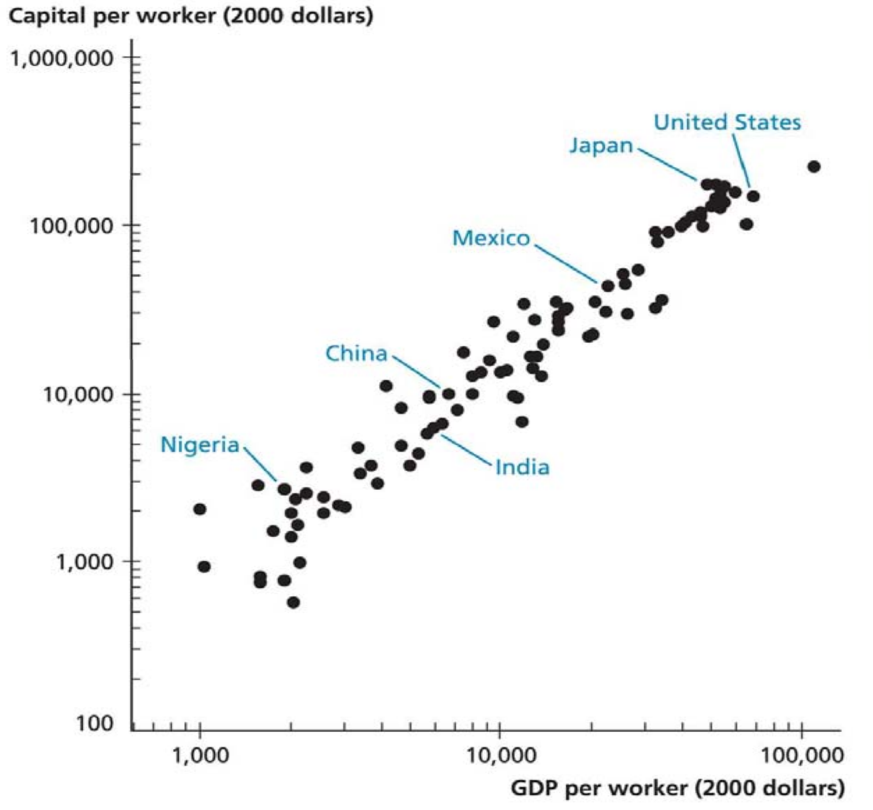
Ahorro, acumulación de capital y Producción

CAPÍTULO 2

Motivación

- La explosión del crecimiento económico se produce en una época con una fuerte acumulación de capital.
- Los datos muestran una correlación positiva entre capital per cápita y renta per cápita.
- Por lo tanto,
  - **¿Puede la acumulación de capital contrarrestar la caída de la productividad del trabajo debida al crecimiento de la población y, por lo tanto, generar crecimiento de la renta per capita?**
  - **¿Pueden las diferencias en la acumulación de capital explicar las diferencias observadas en la renta per capita entre países?**
  - **¿Explica la acumulación de capital el crecimiento sostenido de la renta per cápita y, por lo tanto, las diferencias observadas en las tasas de crecimiento entre países?**

FIGURE 3.1
GDP and Capital per Worker, 2000



Source: Calculations based on Heston et al. (2002).

- Solow, Robert M. (1956): "A contribution to the theory of economic growth," Quarterly Journal of Economics 70 (1), pp. 65-94.

- Swan, Trevor W. (1956): "Economic growth and capital accumulation," Economic Record 32, pp. 334-361.

Hipótesis:

- Es posible tener incrementos de los estándares de vida: altas tasas de ahorro y/o bajas tasas de crecimiento de la población implican una alta renta per cápita.

- Esas causas fundamentales de la riqueza de las naciones actúan a través de sus efectos sobre la acumulación del capital

Ahorro, acumulación de capital y producción

Los efectos de la **tasa de ahorro** - ratio de ahorro sobre PIB – sobre el capital y el output per cápita serán los temas a tratar en este tema.

Un aumento de la tasa de ahorro guiaría a un crecimiento más alto durante algún tiempo, y eventualmente a un estandar de vida más alta.

11-1

Interacciones entre output y capital

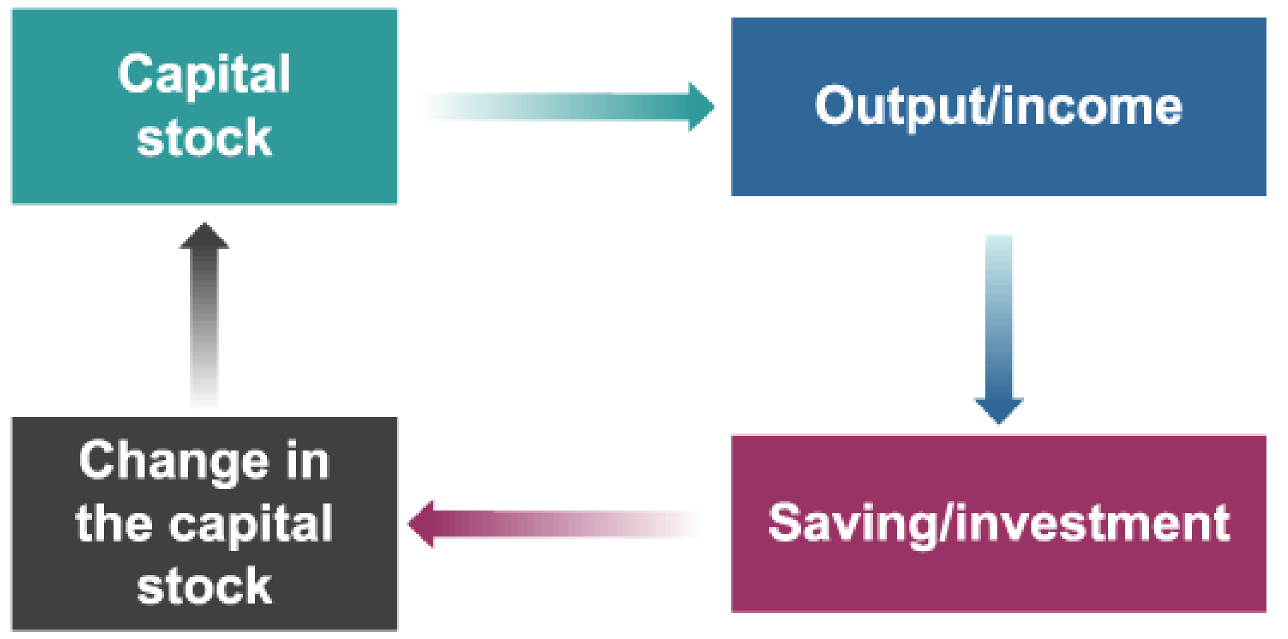
En el centro de la determinación de la producción a largo plazo se encuentran dos relaciones entre la producción y el capital:

- La cantidad de capital determina la cantidad de producción que puede obtenerse.
- La cantidad de producción determina la cantidad de ahorro y, a su vez, la cantidad de capital que se acumula con el paso del tiempo.

Interacciones entre output y capital

Figure 11 - 1

Capital, Output, and Ahorro/Inversión



El modelo de crecimiento de Solow

El **Modelo de crecimiento de Solow** permite entender como interactuan el crecimiento del stock de capital, el crecimiento de la población activa y los avances tecnológicos y como todos ellos afectan a la producción.

Examinemos como trata el modelo a la acumulación de capital.

Responde a las inquietudes y estado de conocimientos de su época, en donde se pensaba que la acumulación de capital físico (K) a lo largo del tiempo era la clave para conseguir el crecimiento sostenido a lo largo del tiempo.

De hecho, muchos de los supuestos simplificadores que haremos a continuación, pretenden arrojar el haz de luz sobre esta variable que se concebía como básica.

Sorprendentemente, el resultado del modelo no ratifica-a largo plazo- esta idea previa y da entrada al papel del progreso tecnológico ó aumento del stock de "ideas" como variable motriz del crecimiento.

Antes de pasar a la exposición del modelo, parece pertinente numerar los supuestos básicos

Supuestos básicos del modelo

- Un único bien final de la economía.
- Este bien es producido por una tecnología constante que utiliza capital y trabajo como factores de producción.
- Este bien puede ser dedicado a consumo o a acumular capital.
- La población crece a una tasa constante n.
- La oferta de trabajo es exógena.
- Las empresas operan bajo competencia perfecta: los factores de producción están siendo plenamente utilizados.
- El gobierno no interviene en la economía.
- No hay comercio internacional: economía cerrada.
- Los valores iniciales del capital y la población están dados.

1. **Economía cerrada y sin sector público**. En este caso, la producción (Y) se iguala a la demanda de bienes que es la suma del consumo (C) y la Inversión (I) Y=C+I.

   Como ,además, la producción ó renta se dedica a consumir ó ahorrar, Y=C+S, resulta que el ahorro es igual a la inversión S=I.

2. **Se ahorra - e invierte - una fracción constante de la renta s S=sY**. Como s es una fracción, esta comprendida entre 0 y 1.Suponer s exógena (no explicada por el modelo), empíricamente no es descabellado, pues s es bastante estable a largo plazo para los países de los que se tienen datos de un período largo (i.e. 100años)

   Es una simplificación que podríamos corregir haciendo endógena la tasa de ahorro suponiendo que los consumidores eligen su consumo (y su ahorro) con el objetivo de maximizar una función de utilidad sujeta a una restricción presupuestaria.

   Es esta una extensión de la que hablaremos en el curso (el modelo de Ramsey), aunque el comportamiento de la economía y las lecciones básicas que se extraen de este tipo de modelos no dependen sustancialmente de si la tasa de ahorro es constante y exógena ó es escogida óptimamente por los consumidores.

3. La población trabajadora es una fracción constante de la población total y suponemos que crecen a una tasa exógena **n**. Está claro, que hay una interacción entre los crecimientos de la población y la evolución de la economía pero la omitimos aquí para centrarnos y ver con más nitidez los efectos de la acumulación de capital físico.

4. La tecnología, conocimiento técnico ó stock de "ideas" **A** se considera una variable exógena, que crece a una tasa constante **g**. Este es, como veremos, un supuesto importante ya que, en este modelo y a largo plazo – ó estado estacionario (E.E).- el crecimiento del PIB per. cápita crece a la tasa exógena **g** determinada por el progreso tecnológico.

5. El stock de capital K, se deprecia en cada período a una tasa constante **d.**

Esto es, las empresas en cada período realizan una inversión bruta (compra de nueva maquinaria) que, en parte, se dedica a aumentar el stock de capital (inversión neta) y el resto a reponer la depreciación del stock de capital (inversión en depreciación), Suponemos, pues, que esa inversión en depreciación es una fracción constante **d** del stock de capital (Depreciación=d.K).

6 . Hay competencia perfecta.

Este supuesto es básico para entender el funcionamiento y resultados del modelo. Así, en competencia perfecta, la igualdad necesaria entre ahorro e inversión (S=I), se produce, en cada momento, para un *nivel de renta que es el de pleno empleo* de los factores productivos. La plena e instantánea flexibilidad de todos los precios garantiza este resultado.

En competencia perfecta, también, se retribuyen a los factores rivales (K,L) según su productividad marginal y junto con el supuesto de rendimientos constantes a escala de la función de producción, se genera el resultado de que los pagos a los inputs rivales agotan toda la renta; nada queda para retribuir a otro factor cómo la tecnología ó ideas (A) que aparece aquí como un "bien público" (o "maná" llovido del cielo).

7. **Suponemos una función de producción agregada "neoclásica"** cuyas características discutimos en el Apéndice 2 del Tema 1. Lo que queremos ahora resaltar, es el carácter restrictivo que supone considerar un solo bien (Y) que se produce a partir de trabajo homogéneo L y un stock de capital agregado K.

Este último supuesto (un "bien de capital agregado" K) es especialmente problemático. Cuando desagregamos para considerar que existen gran cantidad de bienes de capital (máquinas, infraestructuras, etc.) que, además, tienen muy distinta antigüedad (con lo que introducimos aquí *el tiempo*), tenemos que hacer supuestos restrictivos para agregar y medir esa variable.

Tecnología

Tecnología

- Función de producción neoclásica

$$Y_t = F(K_t, L_t),$$

tal que:

1. La producción es creciente en capital K y en trabajo L: $F_K > 0$ y $F_L > 0$.
2. Rendimientos decrecientes en capital y en trabajo: $F_{KK} < 0$ y $F_{LL} < 0$.
3. Rendimientos constantes a scala: $F(\lambda K_t, \lambda L_t) = \lambda F(K_t, L_t)$.
4. Condiciones Inada: $\lim_{K_t -> 0} F_K = \infty$ y $\lim_{K_t -> \infty} F_K = 0$.

- Tomaremos la función de producción Cobb-Douglas:

$$Y_t = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}.$$

Los efectos del capital en el output

Bajo rendimientos constantes a escala, podemos escribir la relación entre output y capital por trabajador como:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right) = F\left(\frac{K_t}{N}, 1\right)$$

En otras palabras: capital por trabajador más altos producen incrementos en el output por trabajador.

Output por trabajador

- Definimos el output por trabajador y el capital por trabajador como $y_t = Y_t / L_t$ y $k_t = K_t / L_t$, respectivamente.
- Entonces

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}}{L_t} = A \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha} \left(\frac{L_t}{L_t} \right)^{\alpha},$$

es decir,

$$\boxed{y_t = A k_t^{\alpha}.} \quad (1)$$

- La función de producción por trabajador tiene rendimientos decrecientes a escala.

Los efectos del capital en el output

Como primero nos vamos a centrar en el papel de la acumulación de capital haremos los siguientes supuestos:

- El tamaño de la población, la tasa de participación y la tasa de desempleo son constantes.
- No hay progreso tecnológico.

Los efectos del capital en el output

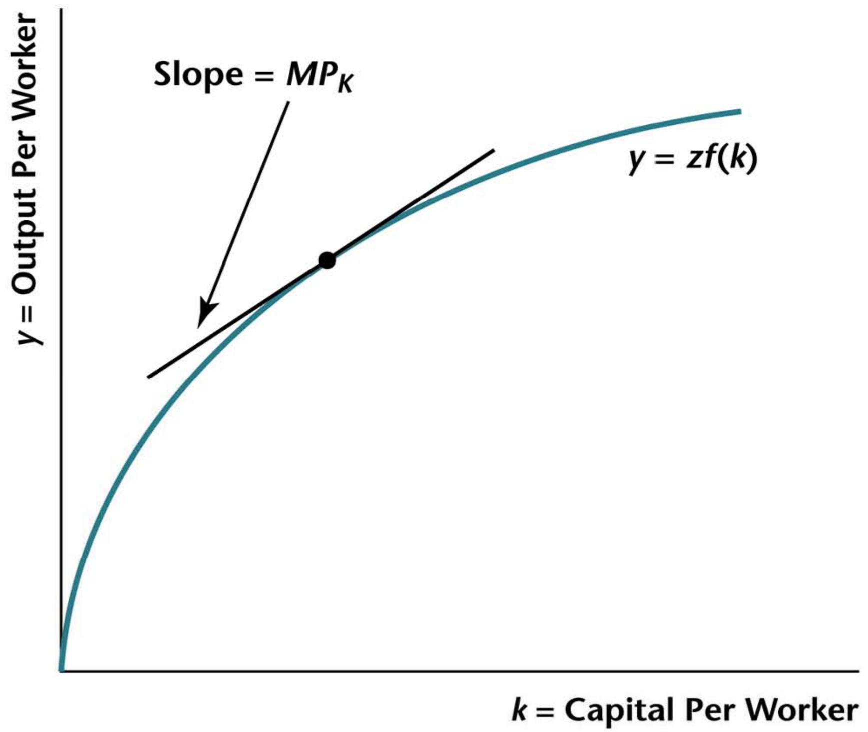
Bajo estos supuestos, tal y como hemos visto antes, la primera relación importante que es la relación entre output y capital por trabajador:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

capital por trabajador más altos producen incrementos en el output por trabajador.

La función de producción

Figure 6.14 The Per-Worker Production Function

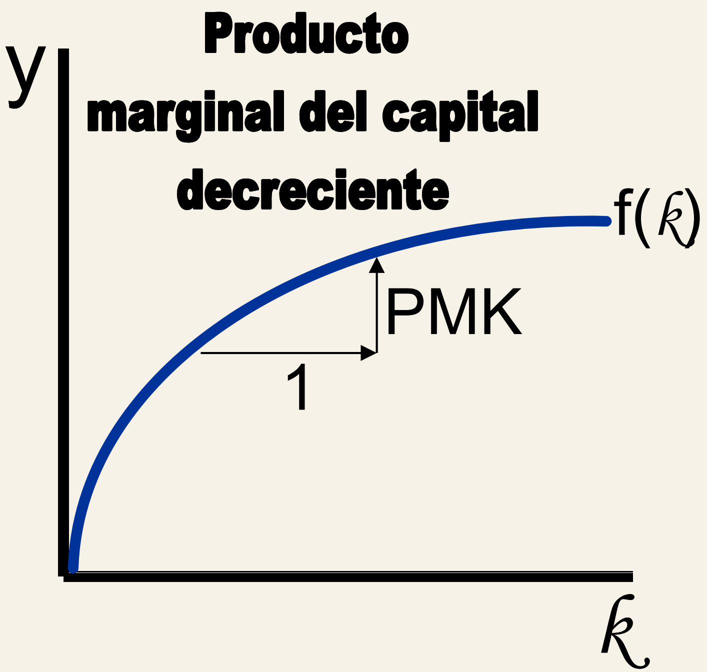


6-15

Algunos conceptos previos

Producto marginal de capital (PMK): La pendiente de la función de producción

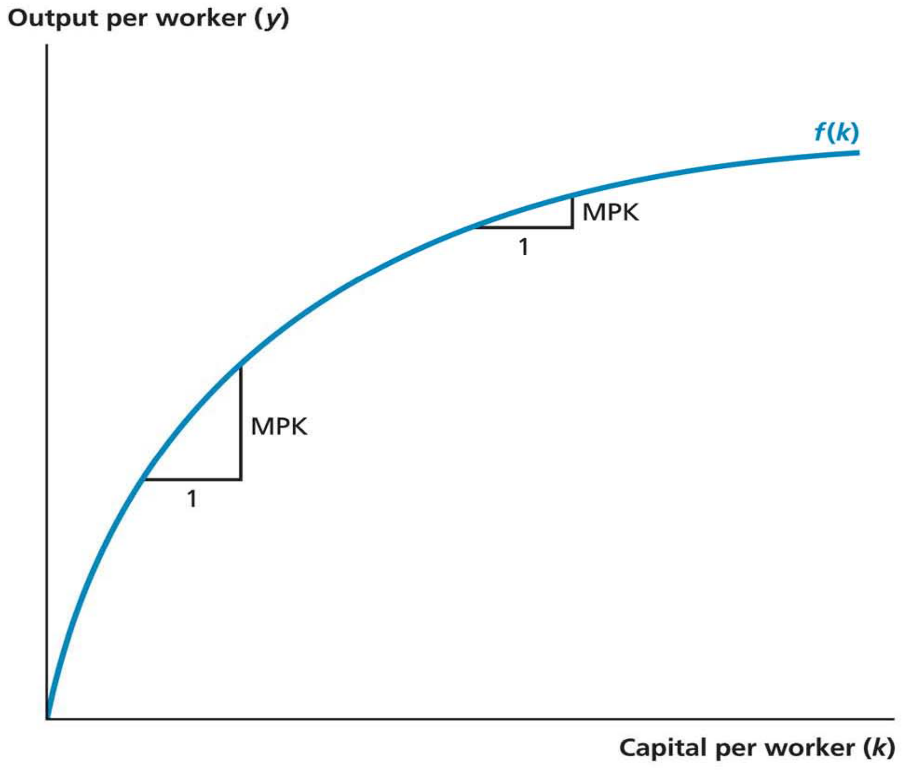
$$PMK = f(k + 1) - f(k)$$



La función de producción muestra como la el capital per capita k determina el output per capita y=f(k).

La **pendiente de la función de producción** el el producto marginal del capital: si k aumenta en 1unidad, y aumenta en PMK unidades.

FIGURE 3.2
A Production Function with Diminishing Marginal Product of Capital



3-3

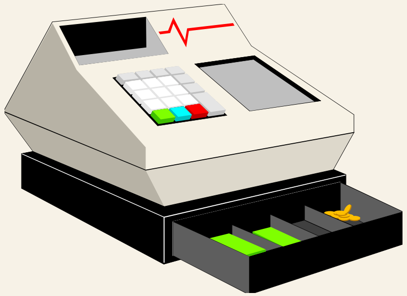
Los efectos del capital en el output

Vamos a proceder en dos pasos:

Primero, vamos a derivar la relación entre output e inversión.

Luego, derivaremos la relación entre inversión y acumulación de capital.

La demanda de bienes y la función de consumo



1) $y = c + i$

Output per capita — consumo per capita — inversión per capita

2) $c = (1-s)y$

consumo per capita — depende de — tasa de ahorro (entre 0 y 1)

3) $y = (1-s)y + i$

4) $i = sy$

Inversión = ahorro. La tasa de ahorro s es la proporción de producción que se dedica a inversión.

Output e Inversión

De los supuestos básicos tenemos:

- Economía cerrada.

$$I = S + (T - G)$$

- Equilibrio presupuestario, *T* – *G*, es cero.

$$I = S$$

- Suponemos que el ahorro es proporcional a la renta

$$S = sY$$

Combinando estas dos relaciones : $I_t = sY_t$

Inversión y Acumulación de Capital

Dos son la fuerzas que alteran el stock de capital:

- Inversión: gasto en plantas y equipo. (capital aumenta)
- Depreciación: desgaste del capital antiguo. (capital disminuye)

Inversión y Acumulación de Capital

Entonces, la evolución del capital es:

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$$

δ es la tasa de depreciación.

Combinando la relación output- inversión, $I_t = sY_t$, y la relación de inversión y acumulación de capital, obtenemos la relación entre output y acumulación de capital:

$$\frac{K_{t+1}}{N} = (1-\delta)\frac{K_t}{N} + s\frac{Y_t}{N}$$

Inversión y Acumulación de Capital

Output and Capital por trabajador:

$$\frac{K_{t+1}}{N} = (1 - \delta)\frac{K_t}{N} + s\frac{Y_t}{N}$$

Reordenando términos en la ecuación de arriba, podemos ver la evolución del capital por trabajador a lo largo del tiempo:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\frac{Y_t}{N} - \delta\frac{K_t}{N}$$

Es decir, el cambio en el stock de capital por trabajador (lado izquierdo) es igual al ahorro por trabajador menos la depreciación (lado derecho).

Implicaciones de tasas de ahorro alternativas

Las dos principales relaciones obtenidas son:

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right)$$

1ª relación:
Capital determina output.

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\frac{Y_t}{N} - \delta\frac{K_t}{N}$$

2ª relación:
Output determina acumulación de capital

Combinando estas dos relaciones podemos estudiar el comportamiento del output y el capital a lo largo del tiempo.

Dinámica del Output y el capital

$$\frac{Y_t}{N} = f\left(\frac{K_t}{N}\right) \qquad \frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\frac{Y_t}{N} - \delta\frac{K_t}{N}$$

De la relaciones anteriores, expresamos el output por trabajador (*Y*/*N*) en términos del capital por trabajador derivando la ecuación siguiente:

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta\frac{K_t}{N}$$

Cambio en capital del año *t* a *t*+1

- inversión en el año *t*
- depreciación en el año *t*

Dinámica del Output y el capital

La relación anterior se puede reescribir como

$$\Delta k = s\,\mathbf{f}(k) - \delta k$$

Dinámica del Output y el capital

La influencia de la inversión y la depreciación del capital: $\Delta k = i - \delta k$

Cambio en el stock de capital

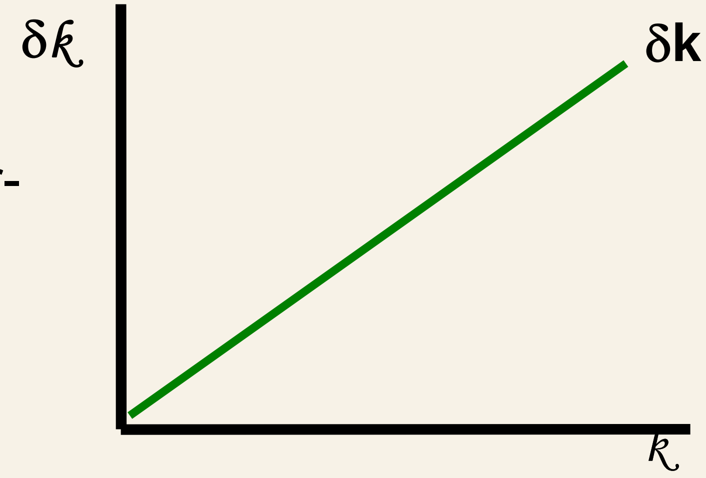
Inversión

Depreciación

Como la inversión es igual al ahorro, se puede escribir:

$\Delta k = s\, f(k) - \delta k$

La depreciación es además proporcional al stock de capital.



Dinámica del Output y el capital

De la ecuación de la dinámica del capital:

$$\Delta k = s\,\mathbf{f}(k) - \delta k$$

Si la inversión por trabajador excede la depreciación por trabajador, el cambio en el capital por trabajador es positivo: capital por trabjador aumenta.

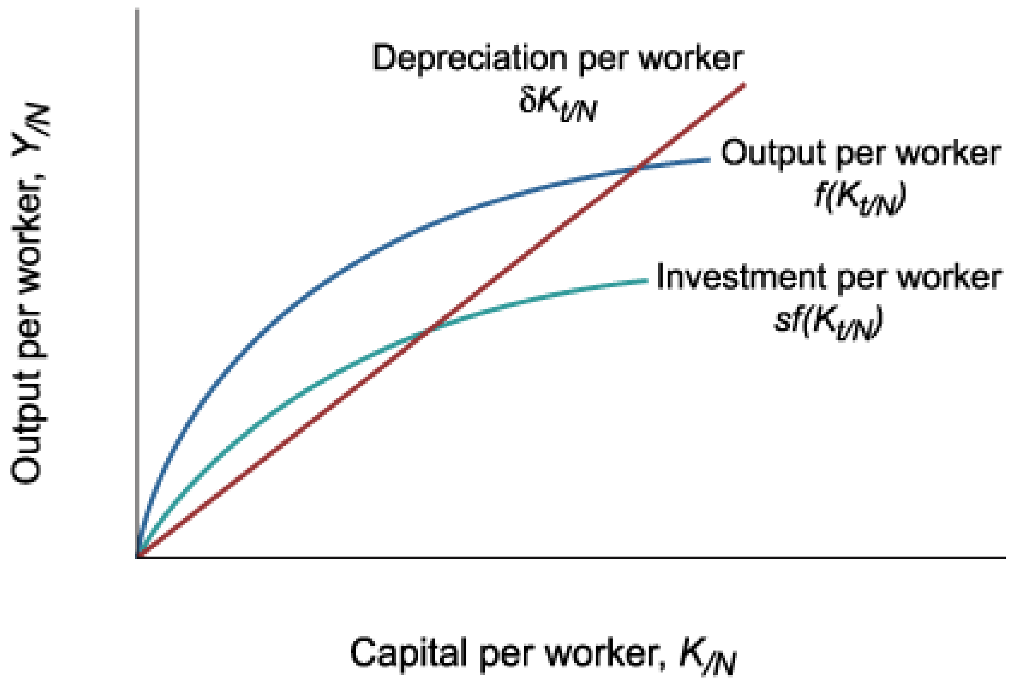
Si la inversión por trabajador es menor que la depreciación por trabajador, el cambio en el capital por trabajador es negativo: capital por trabjador decrece.

Dinámica del Output y el capital

Figure 11 - 2

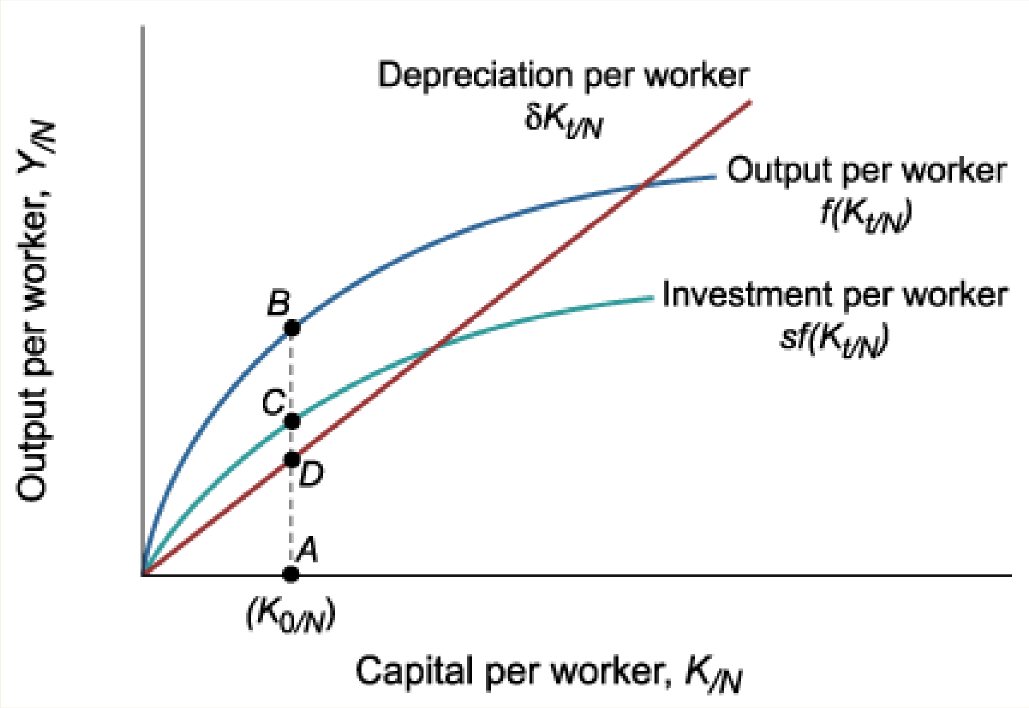
Capital and Output Dynamics

Cuando el capital y output son bajos, la inversión excede a la depreciación y el capital se incrementa. Cuando capital y output son altos, la inversión es menor que la depreciación y el capital se reduce.



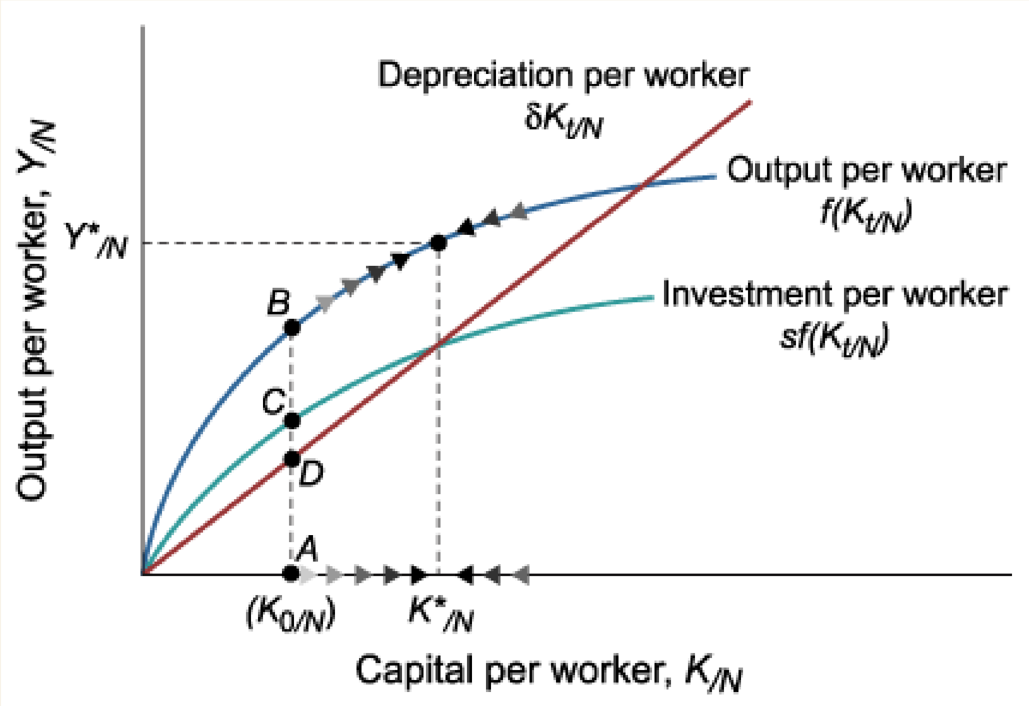
Dinámica del Output y el capital

En $K_{0/N}$, capital por trabajador es bajo, la inversión excede a la depreciación, entonces el capital y output por trabajador tienden a aumentar en el tiempo.



Dinámica del Output y el capital

En K*/N, output por trabajador y capital por trabajador permanecen constante y es el equilibrio a largo plazo.



- La inversión por trabajador se incrementa con el capital por trabajador pero menos que el aumento del capital.
- La depreciación por trabajador aumenta en la misma proporción que el capital por trabajador.

Capital y producción de estado estacionario

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta\frac{K_t}{N}$$

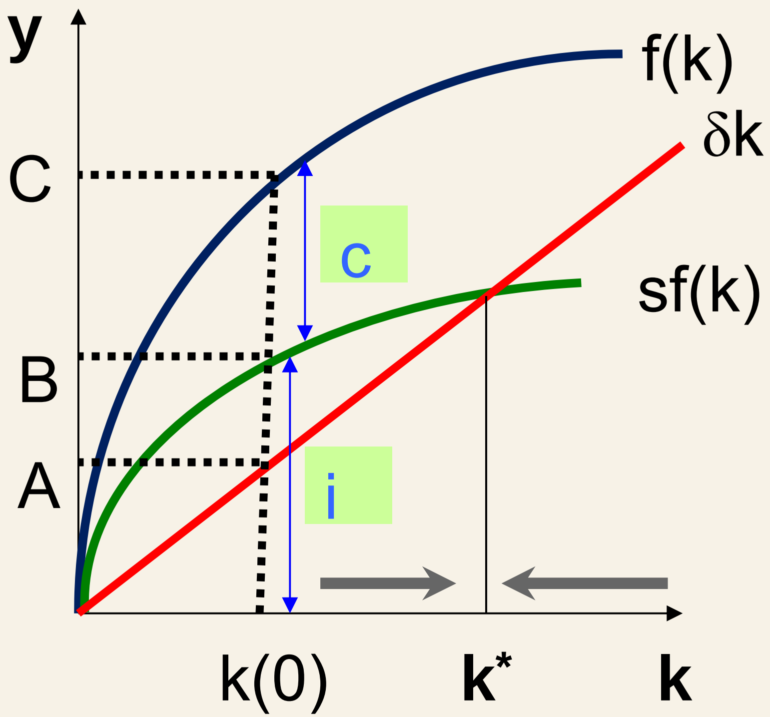
El estado en el que la producción y el capital por trabajador no varia se denomina **estado estacionario** de la economía. En el estado estacionario, el lado izquierdo de la ecuación es cero, entonces:

$$sf\left(\frac{K^*}{N}\right) = \delta\left(\frac{K^*}{N}\right)$$

Dado el estado estacionario del capital por trabajador (*K*/N*), el valor de estado estacionario del output por trabajador es dado por la función de producción:

$$\left(\frac{Y^*}{N}\right) = f\left(\frac{K^*}{N}\right)$$

Estado Estacionario - Equilibrio



$$sf\left(k^*\right) = \delta k^*$$

$$y^* = f\left(k^*\right)$$

$$c^* = (1-s)\, f\left(k^*\right)$$

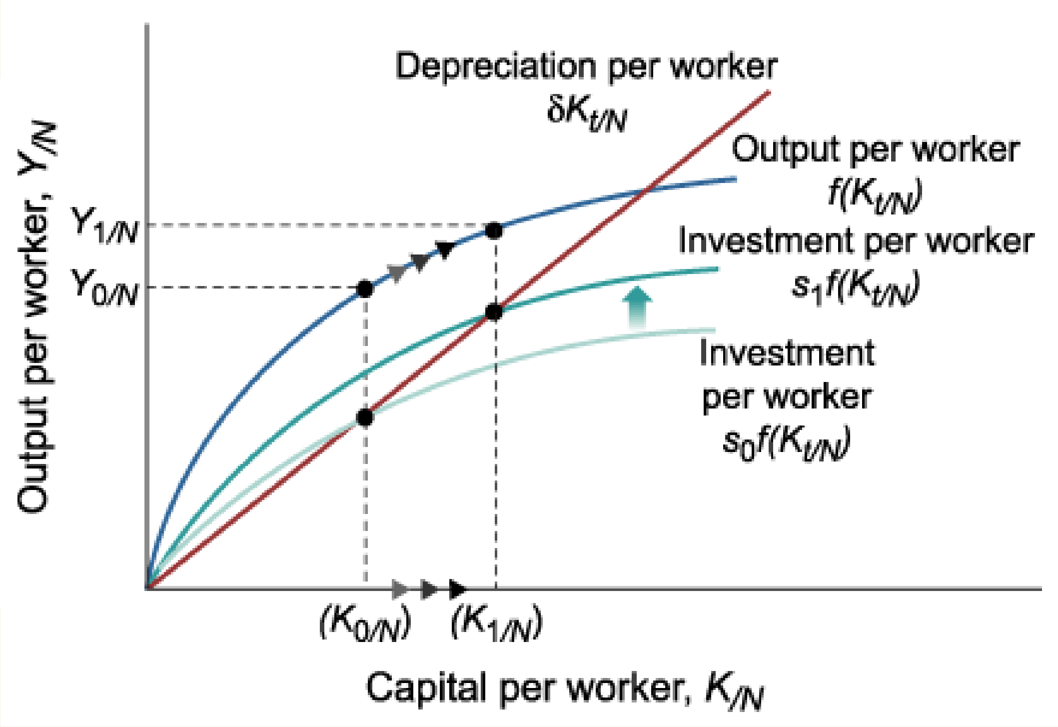
$$g_k = g_y = g_c = 0$$

La tasa de ahorro y la producción

Figure 11 - 3

Efectos de diferentes tasas de ahorro

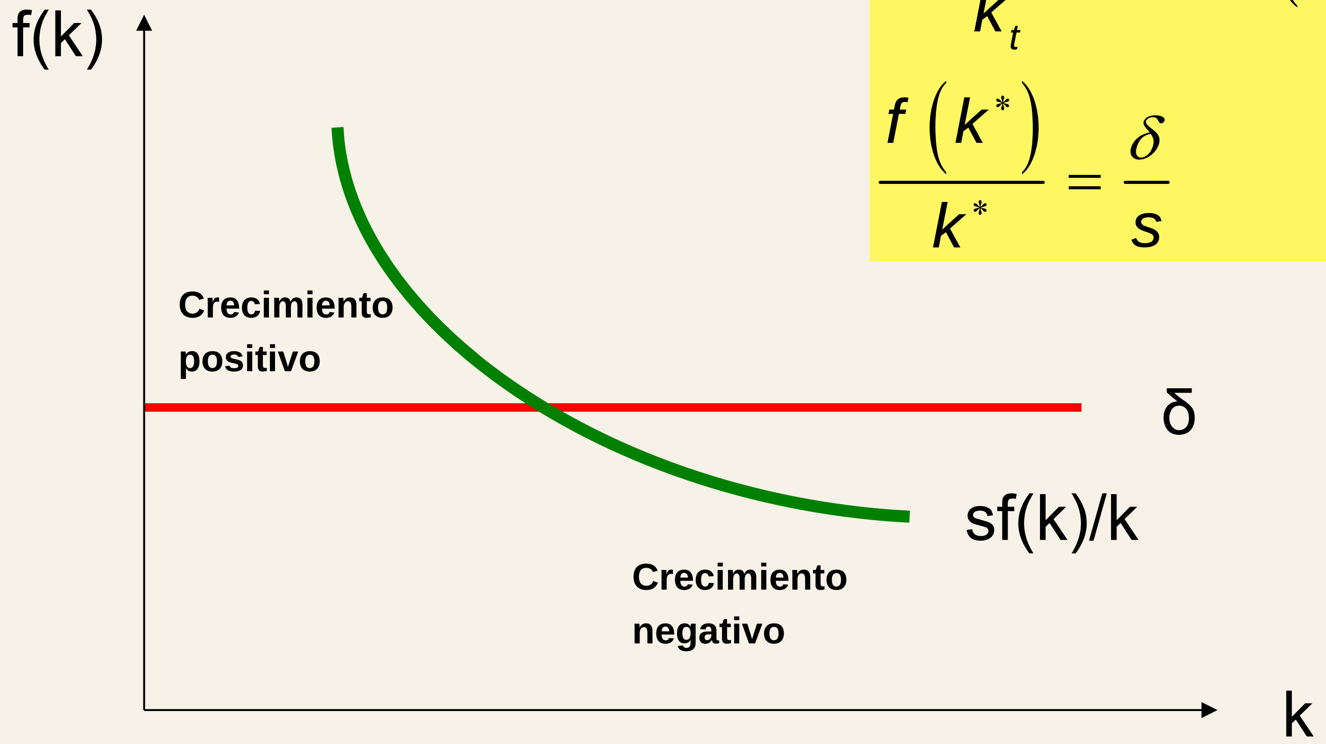
Un país con una tasa de ahorro más alta alcanza un nivel de estado estacionario del output por trabajador más alto.



CONVERGENCIA
DINÁMICA DE TRANSICIÓN

$$\frac{k_{t+1}-k_t}{k_t} = sf\left(k_t\right) - \delta$$

$$\frac{f\left(k^*\right)}{k^*} = \frac{\delta}{s}$$

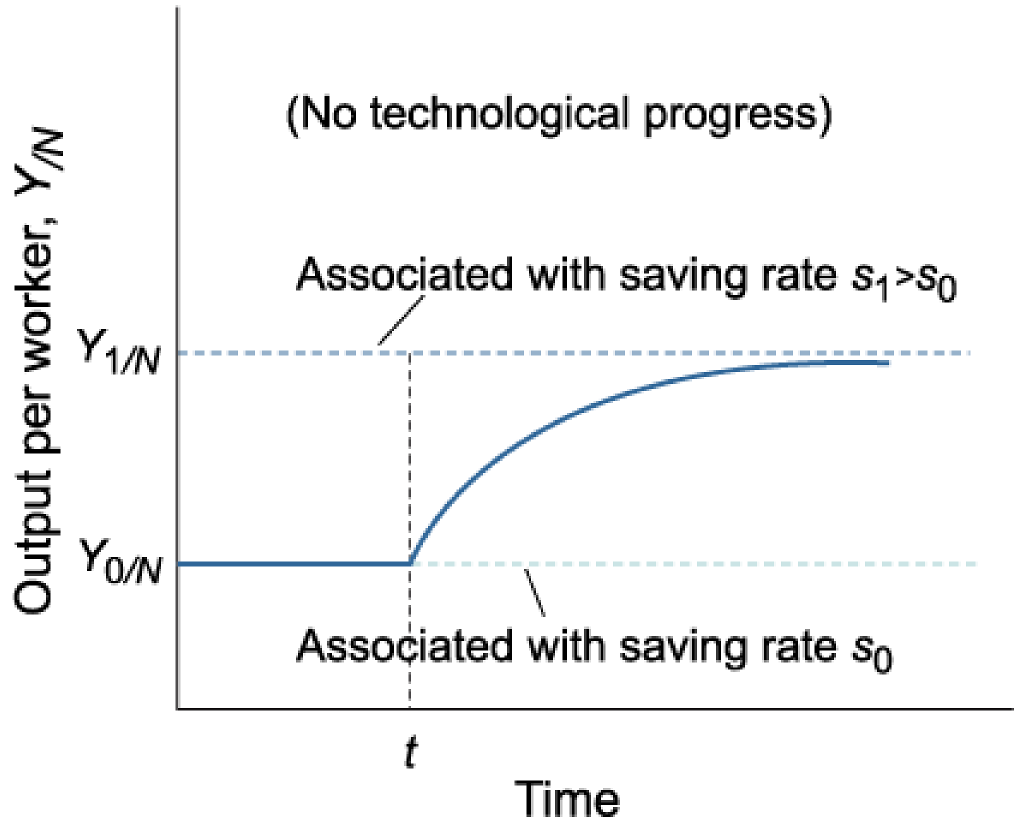


La tasa de ahorro y la producción

Figure 11 - 4

Efectos de un aumento en la tasa de ahorro sobre el output por trabajador

Un incremento en la tasa de ahorro da lugar a un periodo de crecimiento mayor hasta que la producción alcanza su nuevo nivel más alto en el estado estacionario.



La tasa de ahorro y la producción

Tres observaciones sobre los efectos de la tasa de ahorro sobre el crecimiento del output por trabajador:

1. *La tasa de ahorro no tiene efectos a largo plazo sobre el crecimiento del output por trabajador, el cual es cero.*

La tasa de ahorro y la producción

Tres observaciones sobre los efectos de la tasa de ahorro sobre el crecimiento del output por trabajador:

2. *No obstante, la tasa de ahorro determina el nivel de producción por trabajador en el largo plazo. Manteniéndose todo lo demás constante, los países que tienen una tasa de ahorro más alta consiguen una producción por trabajador mayor a largo plazo.*

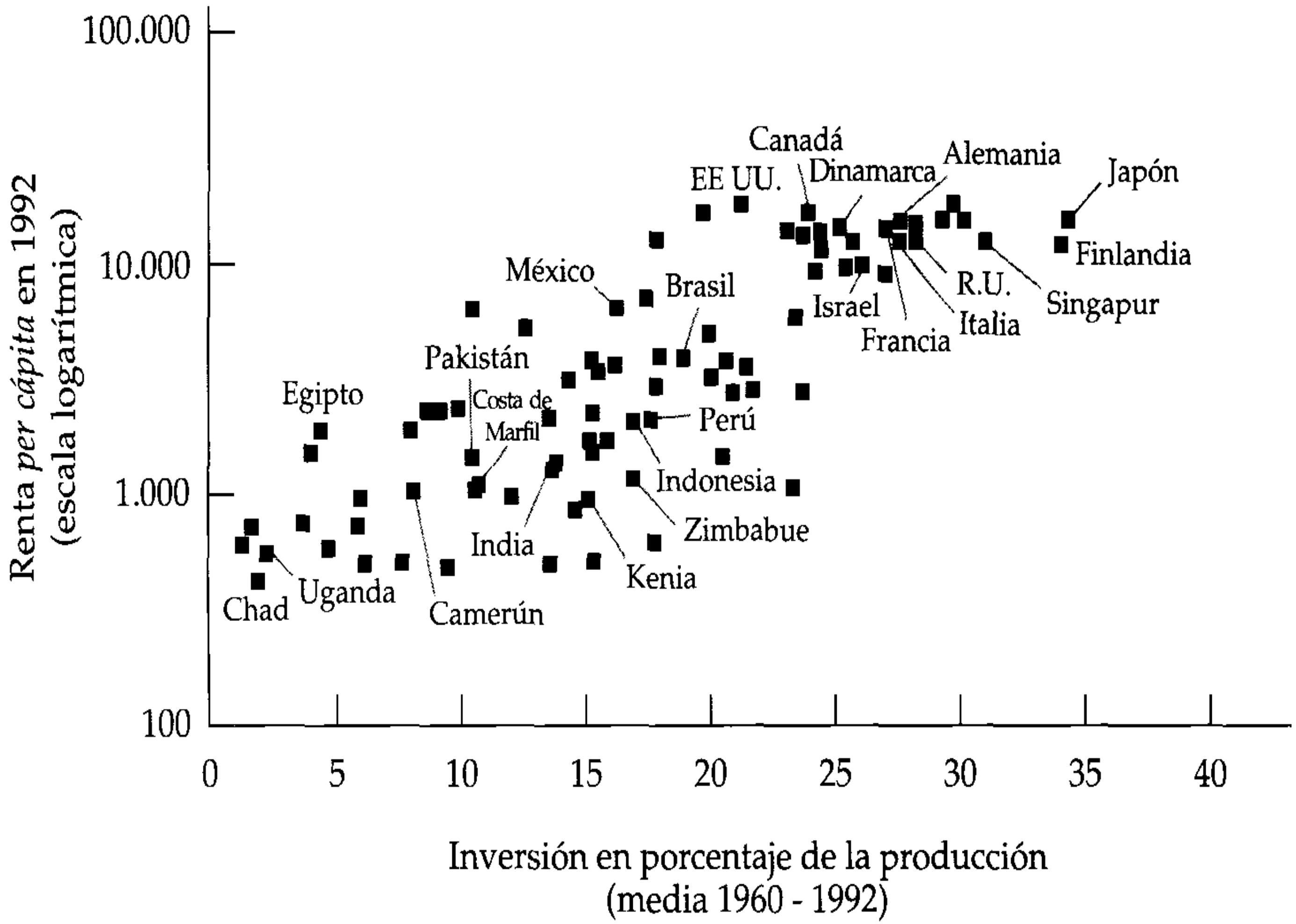
La tasa de ahorro y la producción

Tres observaciones sobre los efectos de la tasa de ahorro sobre el crecimiento del output por trabajador:

3. *Un aumento de la tasa de ahorro genera un crecimiento mayor de la producción por trabajador durante un tiempo, pero no indefinidamente. La tasa de ahorro no afecta a la tasa de crecimiento a largo plazo de la producción por trabajador. Despues de aumentar la tasa de ahorro el crecimiento finalizaría una vez que la economía alcance de nuevo su estado estacionario.*

Según lo que acabamos de ver, si un país dedica una elevada proporción de su renta a ahorrar e invertir, tendrá un elevado stock de capital y un elevado nivel de renta en el estado estacionario.

Esta conclusión teórica tiene importantes consecuencias prácticas. De hecho puede ayudar a explicar las grandes diferencias internacionales de niveles de vida.


100.000
10.000
1.000
100
Renta per cápita en 1992 (escala logarítmica)
0
5
10
15
20
25
30
35
40
Inversión en porcentaje de la producción (media 1960 - 1992)
Canadá
EE UU.
Dinamarca
Alemania
Japón
Finlandia
R.U.
Singapur
Italia
Francia
Israel
Brasil
México
Pakistán
Costa de Marfil
Egipto
Perú
Indonesia
Zimbabue
India
Kenia
Chad
Uganda
Camerún

Los responsables de la política económica pueden fijar la tasa de ahorro a un nivel cualquiera. Al fijarla, determinan el estado estacionario de la economía.

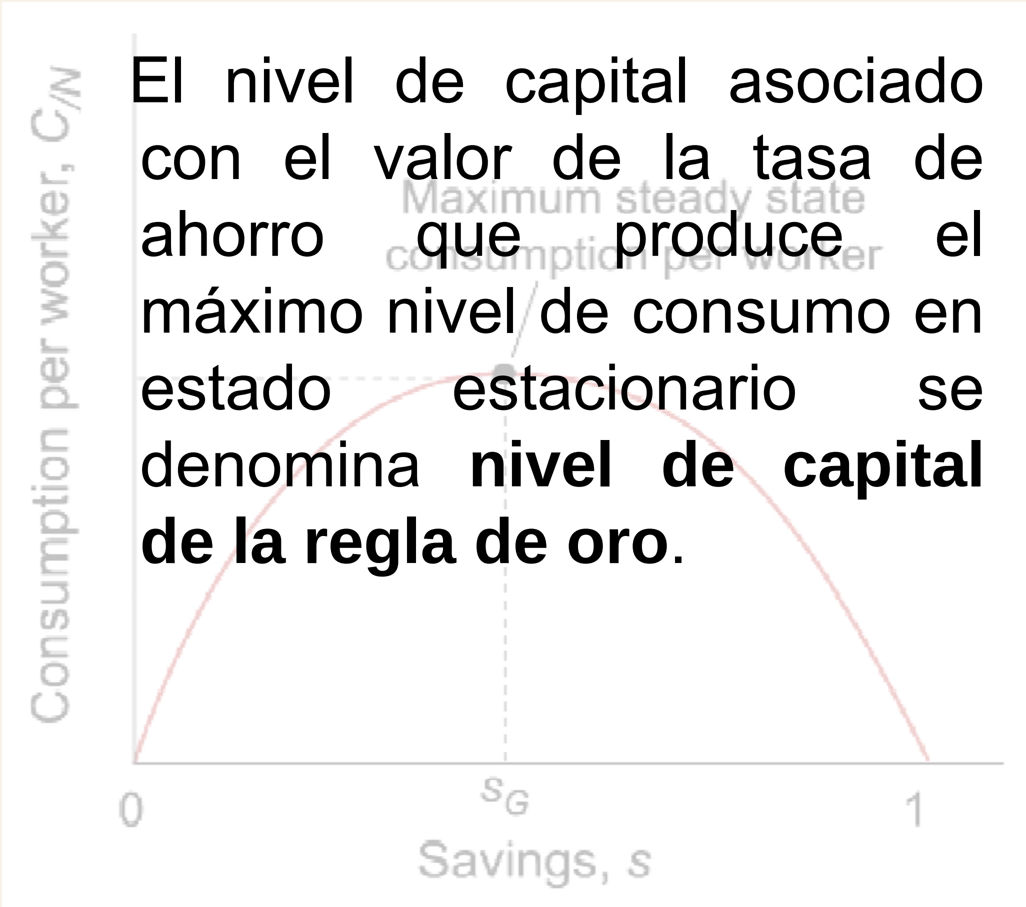
¿QUE ESTADO ESTACIONARIO DEBEN ELEGIR?

El objetivo de los responsables de política económica debe de ser maximizar el bienestar de las personas que componen la sociedad. Por lo tanto querrá elegir el estado estacionario cuyo nivel de consumo sea más alto.

Este estado estacionario se denomina

Acumulación de capital correspondiente a la regla de oro

La tasa de ahorro y el consumo



El nivel de capital asociado con el valor de la tasa de ahorro que produce el máximo nivel de consumo en estado estacionario se denomina **nivel de capital de la regla de oro**.

La tasa de ahorro y el consumo

Figure 11 - 6

Efectos de la tasa de ahorro sobre el consumo por trabajador de estado estacionario

Un aumento de la tasa de ahorro provoca un aumento y despues una disminución del consumo por trabajador en estado estacionario.

La tasa de ahorro y el consumo

Para valores de s mayores que s_G, aumentos en la tasa de ahorro aumentarian el output y capital por trabajador pero el consumo por trabajador se reduciría.

Para s=1, capital and output por trabajador son altos, pero todo la prodcción es usada para reemplazar la depreciación, siendo el consumo cero.

El nivel de capital de la regla de oro

El valor de estado estacionario de k que maximiza el consumo se llama ***nivel de capital de regla de oro.*** Para encontrar el consumo per capita de estado estacionario, vemos la identidad de contabilidad nacional:

$$\boxed{y = c + i}$$

Reordenando términos:

$$\boxed{c = y - i.}$$

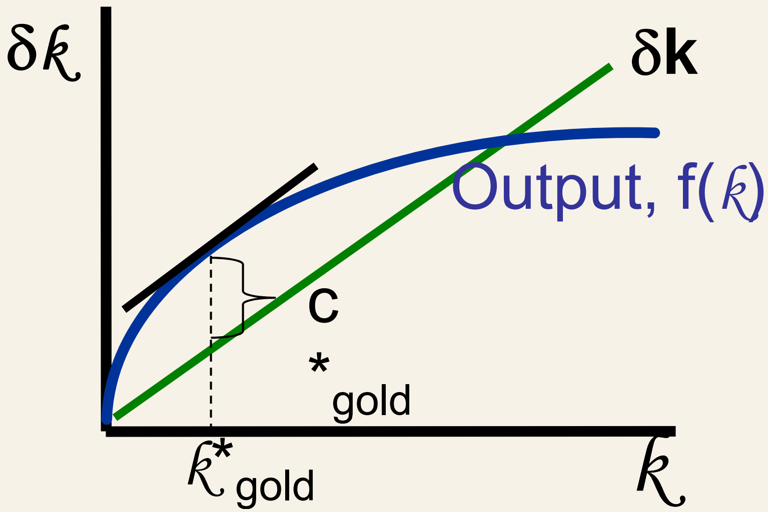
El consumo es la producción menos inversión. Como queremos encontrar el consumo de estado estacionario, sustituimos output e inversión por sus valores de estado estacionario. El output per capita de ee es $f(k^*)$ donde k^* es el stock de capital de ee. Como el stock de capital no varia en ee, la inversión es igual a la depreciación δk^*. Sustituyendo y por $f(k^*)$ e I por δk^*, podemos escribir el consumo per capital de estado estacionario:

$$\boxed{c^* = f(k^*) - \delta k^*.}$$

El nivel de capital de la regla de oro

$$c^* = f(k^*) - \delta\, k^*.$$

De acuerdo con esta ecuación, el consumo de estado estacionario es la diferencia entre la producción de estado estacionario y la depreciación de estado estacionario. Además indica que un aumento de capital de estado estacionario produce dos efectos opuestos en el consumo de ee. Por una parte eleva la producción. Por otra, más capital significa que debe de utilizarse más producción para reponer el capital que se deprecia.



La producción se usa para consumo e inversión. En estado estacionario, la inversión es igual a la depreciación. Por lo

Tanto el consumo de ee, es la diferencia entre la producción $f(k^*)$ y la depreciación $\delta\, k^*$. El consumo de ee es maximizado en La regla de oro estado estacionario. El stock de capital de la regala de oro se denota k^*_{gold}, y el consumo de la regla de oro es c^*_{gold}.

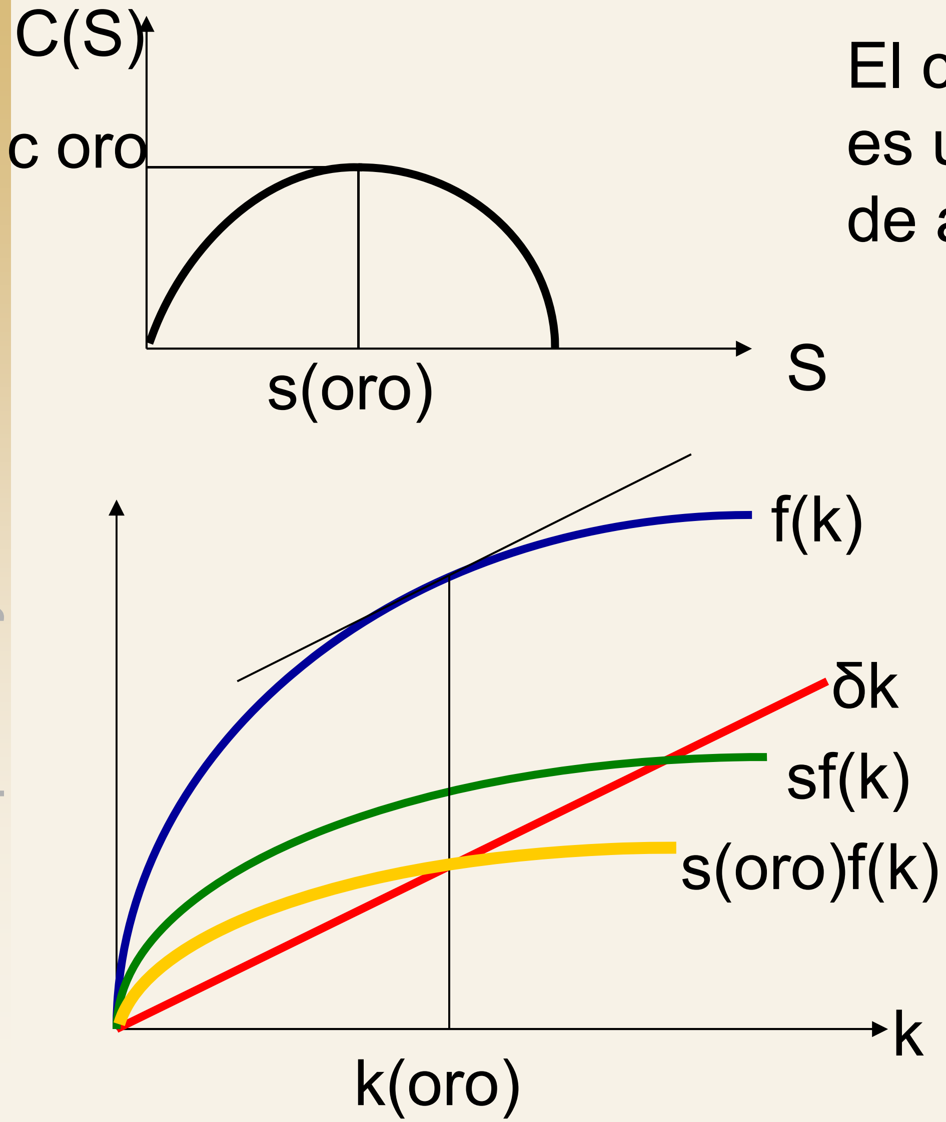
El nivel de capital de la regla de oro

Vamos a derivar una condición simple que caracteriza el nivel de capital de la regla de oro. La pendiente de la función de producción es el producto marginal del capital PMK. La pendiente de la curva δk^* es δ. Como estas dos pendientes son iguales en k^*_{gold}, la regla de oro es caracterizada por la ecuación: MPK = δ.

En el nivel de capital de la regla de oro, el producto marginal del capital es igual a la tasa de depreciación.

Conviene tener en cuenta que la economía no tiende automáticamente a aproximarse el estado estacionario de la regal de oro. Elegir un stock de capital de estado estacionario como regla de oro, significa elegir una determinada tasa de ahorro.

La Regla de Oro del Crecimiento



El consumo de equilibrio es una función de la tasa de ahorro

$$sf\left(k^*\right)=\left(\delta\right)k^*$$

$$k^*\left(s\right);\ \frac{dk^*\left(s\right)}{ds}>0$$

$$c^*\left(s\right)=\left(1-s\right)f\left(k^*\left(s\right)\right)$$

$$c^*\left(s\right)=f\left(k^*\left(s\right)\right)-\left(\delta\right)k^*\left(s\right)$$

$$\frac{dc^*\left(s\right)}{ds}=0\Rightarrow f'\frac{dk^*}{ds}-\left(\delta\right)\frac{dk^*}{ds}=0$$

$$f'\left(k\right)=\delta$$

El crecimiento de la población

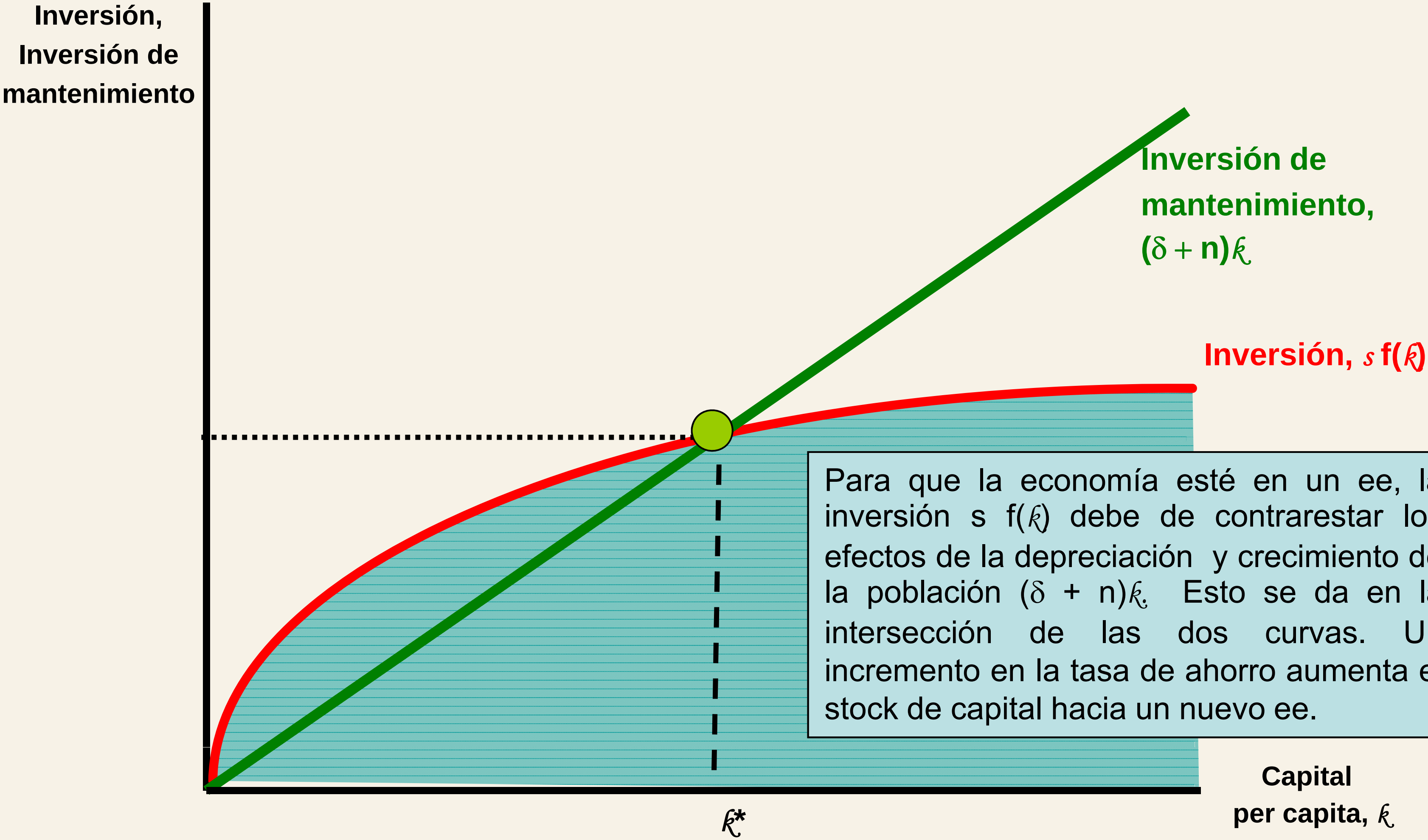
El modelo básico de Solow muestra que la acumulación de capital no puede explicar por sí sola el crecimiento económico continuo: Una alta tasa de ahorro eleva temporalmente el crecimiento, pero la economía acaba alcanzando un estado estacionario en el que el capital y la producción se mantienen constantes.

Para explicar el crecimiento económico sostenido debemos ampliar el modelo de Solow para incorporar otras fuentes de crecimiento económico.

La primera es el crecimiento de la población. Suponemos que la población y la población activa crecen a una tasa constante n.

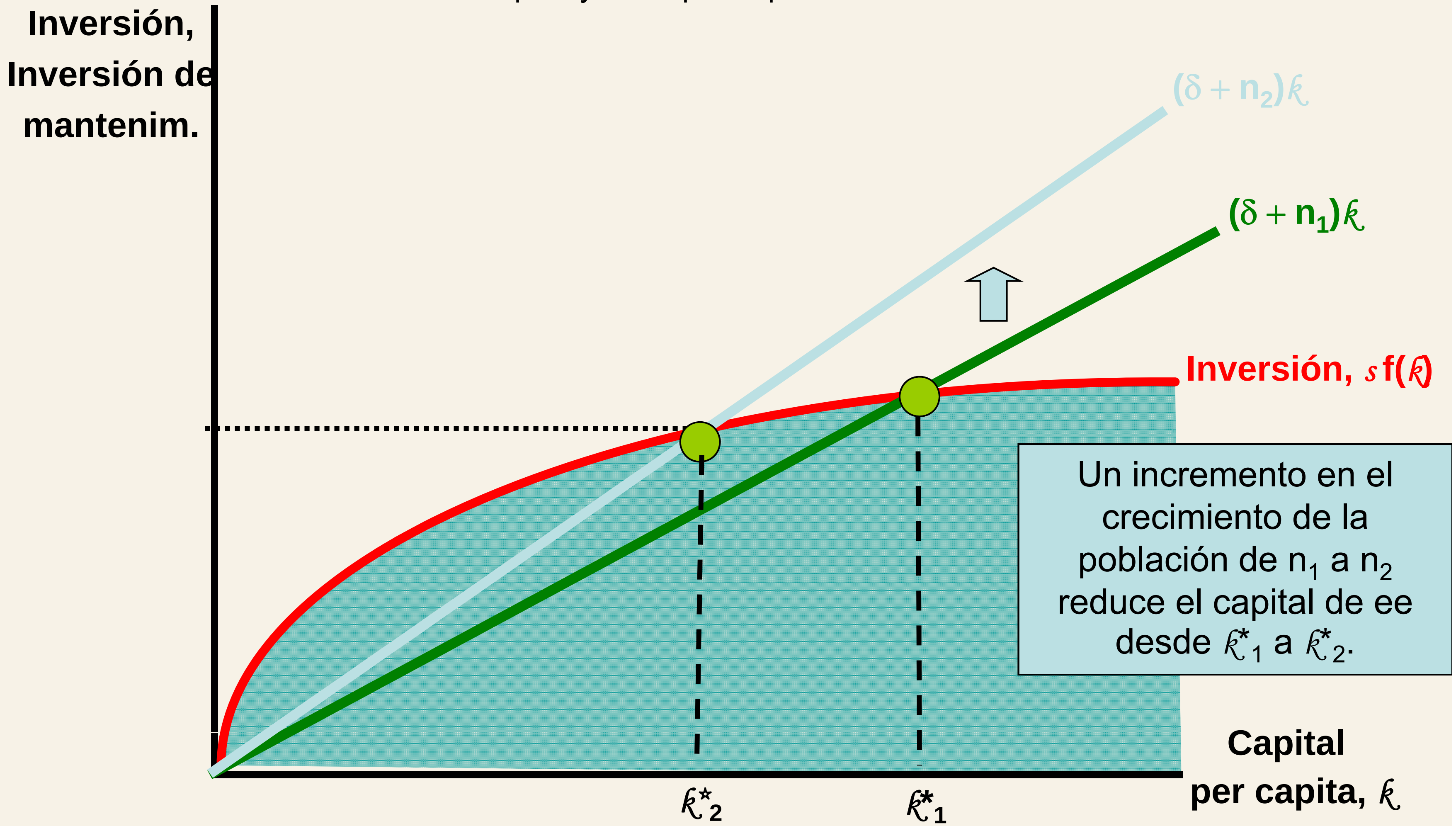
Efectos del crecimiento de la población

Como la depreciación, el crecimiento de la población es una de las razones por la que el capital per capital disminuye. Si n es la tasa de crecimiento de la población y δ es la tasa de depreciación, entonces (δ + n)k is **inversión de mantenimiento,** que es la cantidad de inversión necesaria para mantener constante el stock de capital per capita k.



Para que la economía esté en un ee, la inversión s f(k) debe de contrarestar los efectos de la depreciación y crecimiento de la población (δ + n)k. Esto se da en la intersección de las dos curvas. Un incremento en la tasa de ahorro aumenta el stock de capital hacia un nuevo ee.

Un incremento en el crecimiento de la población mueve la linea (δ + n)k hacia arriba. El nuevo estado estacionario tiene un menor capital per capita. El modelo de Solow predice que conomías con tasas de crecimiento de la población altas tendrán niveles de capital y renta per capita menores.



Crecimiento de la población

El cambio en el stock de capital per capita es:

$$\Delta k = i - (\delta + n)k$$

Sustituyendo sf(k) por i: $\Delta k = sf(k) - (\delta + n)k$

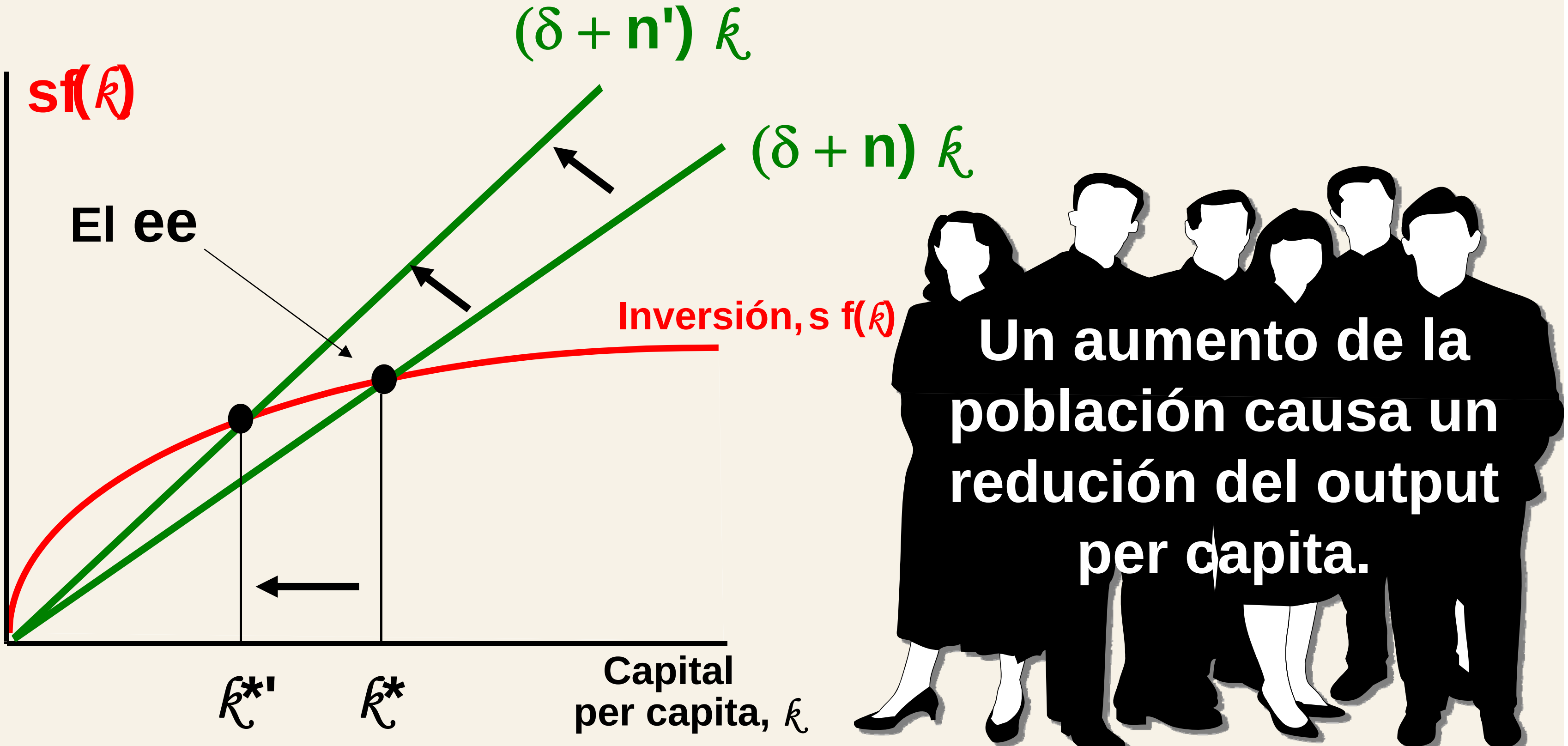
Esta ecuación muestra que la nueva inversión, la depreciación y el crecimiento de la pobalción influyen en el stock de capital per capita. La nueva inversión incrementa k, y la depreciación y el crecimiento de la población reducen k. Cuando no incluiamos el crecimiento de la población “n” en la versión simple del modelo, estabamos suponiendo un caso particular en el cual el crecimiento de la población era 0.

Crecimiento de la población

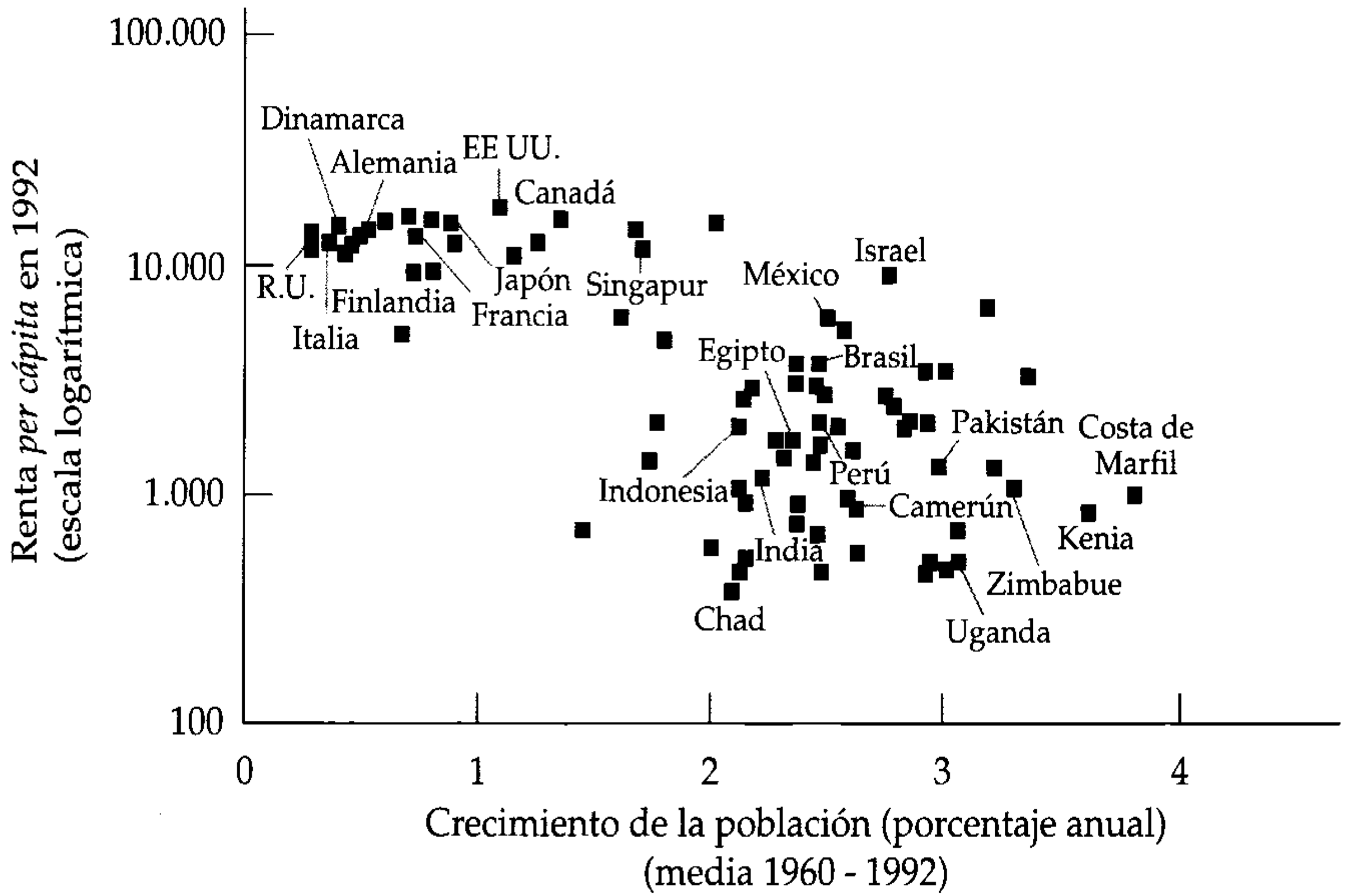
En estado estacionario, el efecto positivo de la inversión sobre el capital per capita compensa exactamente los efecto negativos de la deprecia-ción y el crecimiento de la pobalción. Una vez alcanzado el ee la inversión tiene dos fines:

1) Un parte, (δk^*), repone el capital depreciado,

2) El resto, (nk^*), proporciona a los nuevos trabajadores la cantidad de capital correspondiente al estado estacionario.



Crecimiento de la población



- ¿En qué medida afecta una variación de la tasa de ahorro a la producción a largo plazo?

- ¿Durante cuanto tiempo y en qué medida afecta un aumento de la tasa de ahorro al crecimiento?

- ¿A que distancia se encuentra Estados Unidos del capital correspondiente a la regla de oro?

Una ilustración de los ordenes de magnitud

Supongamos que la función de producción es:

$$Y = \sqrt{K}\sqrt{N}$$

Output por trabajador: $\frac{Y}{N} = \frac{\sqrt{K}\sqrt{N}}{N} = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{K}{N}}$

Entonces:

$$f\left(\frac{K_t}{N}\right) = \sqrt{\frac{K_t}{N}}$$

Dinámica del capital, $\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = sf\left(\frac{K_t}{N}\right) - \delta\frac{K_t}{N}$

Entonces, $\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\sqrt{\frac{K_t}{N}} - \delta\frac{K_t}{N}$

Efectos de la tasa de ahorro en la producción de estado estacionario

$$\frac{K_{t+1}}{N} - \frac{K_t}{N} = s\sqrt{\frac{K_t}{N}} - \delta\frac{K_t}{N}$$

En ee, el lado izquierdo es igual a cero: $s\sqrt{\frac{K}{N}} = \delta\frac{K}{N}$

Transformando, $s^2\frac{K}{N} = \delta\left(\frac{K}{N}\right)^2$

Dividiendo por (*K*/*N*) and reordenando, $\frac{K}{N} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^2$

Es decir, el capital por trabajador de ee es igual al cuadrado del cociente entre la tasa de ahorro y la tasa de depreciación.

Output por trabajador es: $\frac{Y}{N} = \sqrt{\frac{K}{N}} = \sqrt{\left(\frac{s}{\delta}\right)^2} = \frac{s}{\delta}$

Efectos de la tasa de ahorro en la producción de estado estacionario

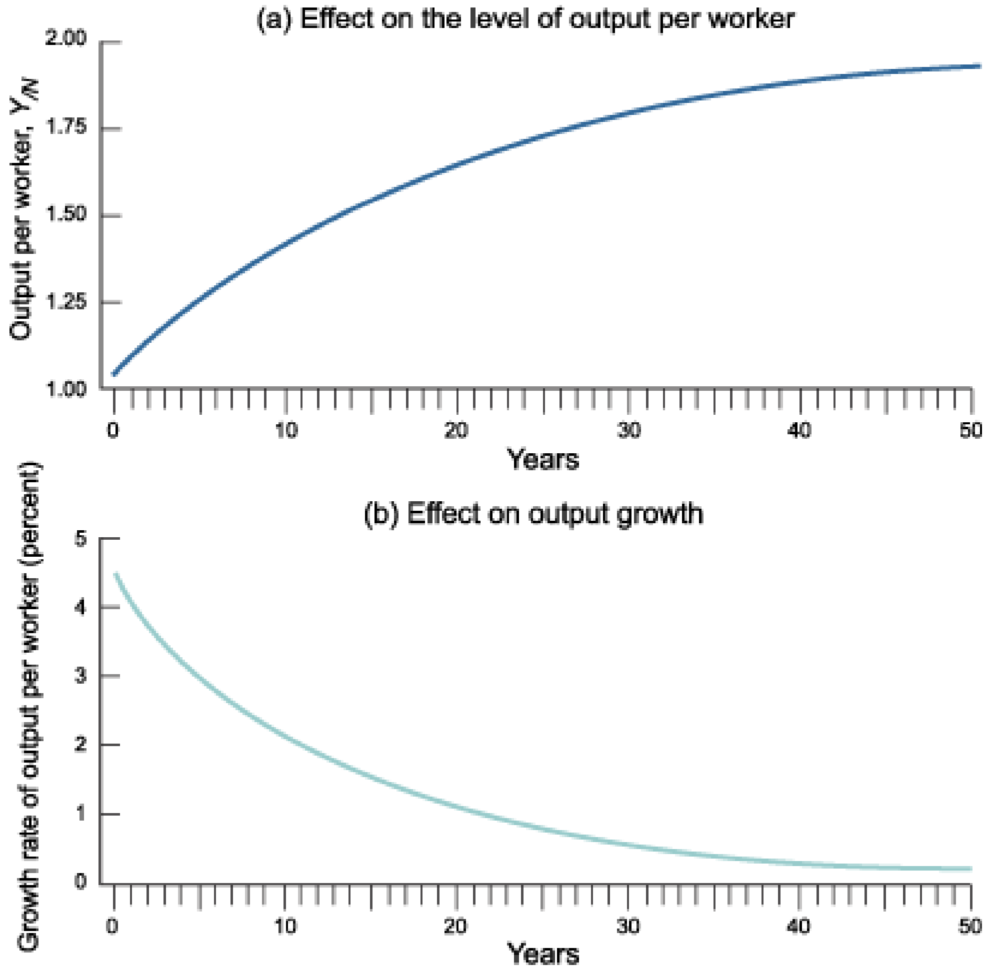
$$\frac{Y}{N} = \sqrt{\frac{K}{N}} = \sqrt{\left(\frac{s}{\delta}\right)^2} = \frac{s}{\delta}$$

Una tasa de ahorro más alta y una depreciación más baja producen un capital y una producción por trabajador más alta en ee.

Efectos dinámicos de un aumento en la tasa de ahorro

Figure 11 - 7

Efectos dinámicos de un incremento de la tasa de ahorro del 10 al 20% sobre el nivel y el crecimiento del output por trabajador



La producción tarda un tiempo en ajustarse a su nuevo nivel más alto tras un aumento en la tasa de ahorro. En otras palabras, un aumento de la tasa de ahorro da lugar a un largo periodo de crecimiento más alto..

La tasa de ahorro en USA y la regla de oro

En ee el consumo por trabajador es igual a la producción por trabajador menos la depreciación por trabajador.

$$\frac{C}{N} = \frac{Y}{N} - \delta \frac{K}{N}$$

Sabiendo que $\frac{K}{N} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^2$ y $\frac{Y}{N} = \sqrt{\frac{K}{N}} = \sqrt{\left(\frac{s}{\delta}\right)^2} = \frac{s}{\delta}$

entonces: $\frac{C}{N} = \frac{s}{\delta} - \delta\left(\frac{s}{\delta}\right)^2 = \frac{s(1-s)}{\delta}$

Estas ecuaciones se utilizan para derivar la tabla de la siguiente diapositiva.

The U.S. Saving Rate and the Golden Rule

Table 11-1 The Saving Rate and the Steady-state Levels of Capital, Output, and Consumption per Worker (δ=10%)

Saving Rate, s	Capital per worker, K/N	Output per worker, Y/N	Consumption per worker, C/N
	$\frac{K}{N}=\left(\frac{s}{\delta}\right)^2$	$\frac{Y}{N}=\frac{s}{\delta}$	$\frac{C}{N}=\frac{s(1-s)}{\delta}$
0.0	0.0	0.0	0.0
0.1	1.0	1.0	0.9
0.2	4.0	2.0	1.6
0.3	9.0	3.0	2.1
0.4	16.0	4.0	2.4
0.5	25.0	5.0	2.5
0.6	36.0	6.0	2.4
–	–	–	–
1.0	100.0	10.0	0.0

EJEMPLO COBB DOUGLAS

$$Y_t = K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}; 0 < \alpha < 1$$

$$\frac{Y_t}{N} = \left(\frac{K_t}{N}\right)^{\alpha} \Rightarrow y_t = k_t^{\alpha}$$

$$k_{t+1} - k_t = sk_t^{\alpha} - \delta k_t \Rightarrow \frac{k_{t+1} - k_t}{k_t} = sk_t^{\alpha-1} - \delta$$

EQUILIBRIO

$$s\left(k^*\right)^{\alpha-1} = \delta \Rightarrow \frac{s}{\left(k^*\right)^{1-\alpha}} = \delta \Rightarrow k^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{1/1-\alpha}$$

$$s\left(k^*\right)^{1/3-1} = \delta \Rightarrow \frac{s}{\left(k^*\right)^{1-1/3}} = \delta \Rightarrow k^* = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{1/1-1/3} = \left(\frac{s}{\delta}\right)^{3/2}$$

11-4 Capital físico vs capital humano

El conjunto de cualificaciones que poseen los trabajadores de la economía es llamado **capital humano**.

Una economía con muchos trabajadores cualificados es probable que sea mucho más productiva que una economía en la cual los trabajadores no saben leer ni escribir.

Las conclusiones de la introducción de la acumulación de capital físico son válidas después de la introducción de capital humano en el análisis.

Extendiendo la función de producción

Cuando el nivel de outpuy por trabajador depende del capital físico por trabajador, K/N, y del nivel de capital humano por trabajador, H/N, la función de producción se reescribe como:

$$\frac{Y}{N} = f\left(\underset{(+)}{\frac{K}{N}}, \underset{(+)}{\frac{H}{N}}\right)$$

Un incremento del capital por trabajador o de la cualificación media de los trabajadores incrementa el output por trabajador.

Capital humano, capital físico y producción

Un aumento de la cantidad que "ahorra" la sociedad en forma de capital humano- por medio de la educación y de la formación en el trabajo- eleva el capital humano por trabajador en ee lo cual provoca un incremento de la producción por trabajador.

En el largo plazo la producción por trabajador depende de cuanto ahorre la sociedad como de cuanto gaste en educación.

Conclusiones

Conclusiones sobre el crecimiento

1. En estado estacionario la renta per cápita y_t es constante, y la renta total Y_t crece a la tasa de crecimiento de la población n.

2. La tasa de crecimiento de la renta per cápita es no nula para valores distintos de su valor de estado estacionario:
   - Si $y_t < \overline{y}$, entonces $g_t > 0$.
   - Si $y_t > \overline{y}$, entonces $g_t < 0$.

3. **Convergencia condicional.-** La renta per cápita crece a una tasa más alta cuanto más alejada de su valor de estado estacionario.

4. Cambios en los fundamentos (s, A, δ y n) no alteran el crecimiento de largo plazo, pero si el crecimiento durante la transición.

Política Económica en el modelo de Solow

La intervención pública afecta a las variables macroeconómicas a través de sus efectos sobre los fundamentos del modelo: s, n, *d y A.*

La intervención pública tiene efecto sobre el nivel de la renta per cápita de estado estacionario, pero no sobre su crecimiento. Esta intervención si afecta al crecimiento de la renta per cápita durante la transición hacia ese estado estacionario.

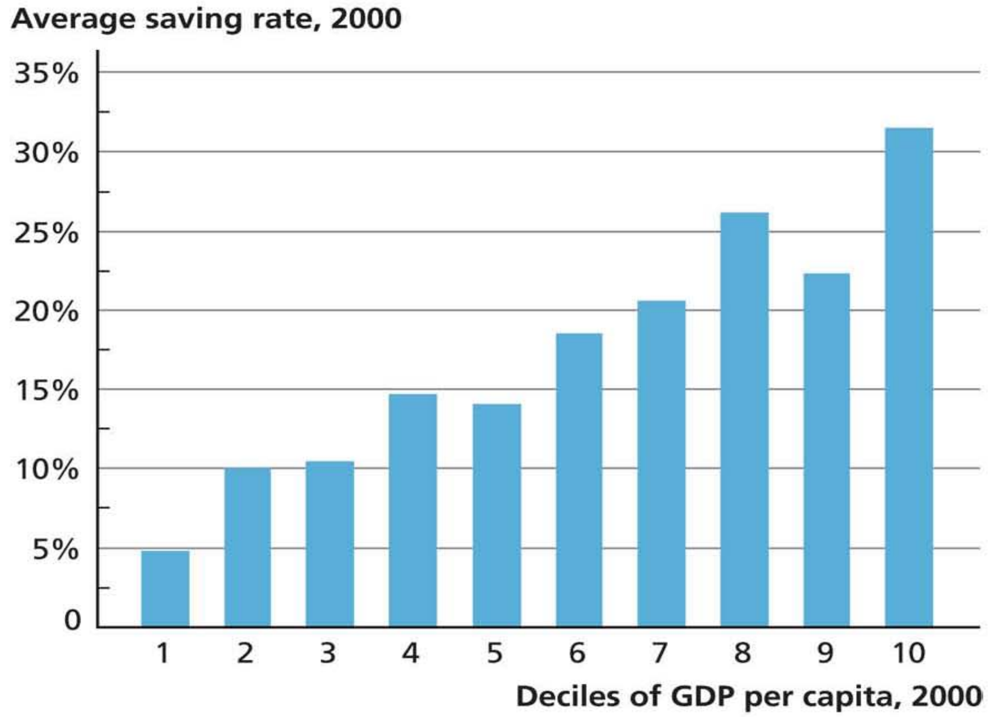
Evaluación empírica del modelo de Solow-Swan

- La predicciones del modelo son:
  1. Los países con mayores tasas de ahorro tenderán a ser más ricos.
  2. Los países con mayor crecimiento de la población tenderán a ser más pobres.
  3. El progreso técnico tiene un efecto positivo sobre la renta per cápita.
  4. Todos los países convergen a la misma tasa de crecimiento: crecimiento cero.
     Cambios en los fundamentos tienen efecto nivel pero no alteran la tasa de crecimiento a largo plazo.
  5. Existirá convergencia condicional en los niveles de la renta per cápita de los países.

- Esas predicciones son corroboradas por los datos excepto la ausencia de crecimiento a largo plazo.

Capítulo 2: Ahorro, acumulación de capital y Producción

FIGURE 3.8
Saving Rate by Decile of Income per Capita



Source: Author's calculations using data from Heston et al. (2002).

3-9

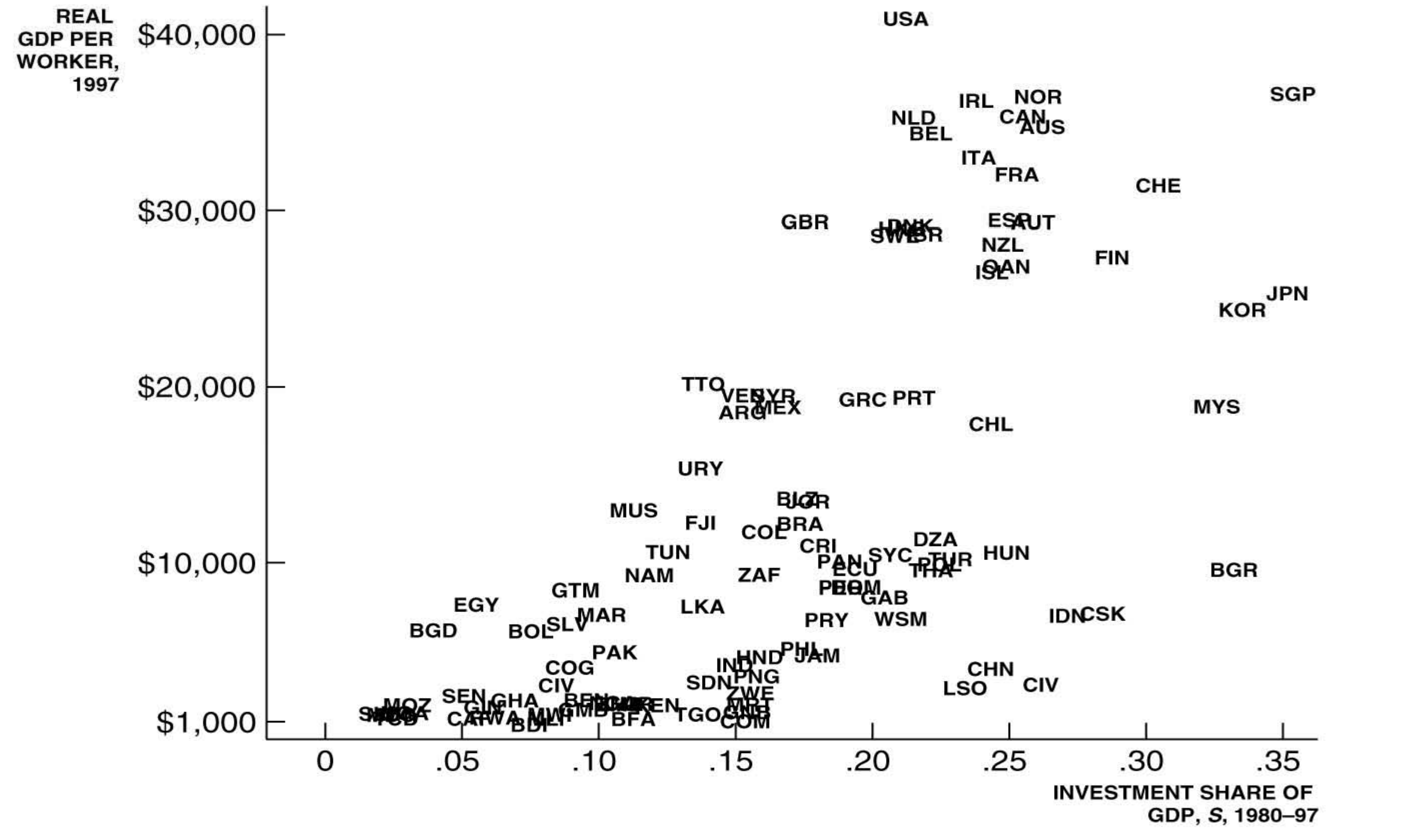


FIGURE 2.6 GDP PER WORKER VERSUS THE INVESTMENT RATE

Economic Growth, 2nd Edition

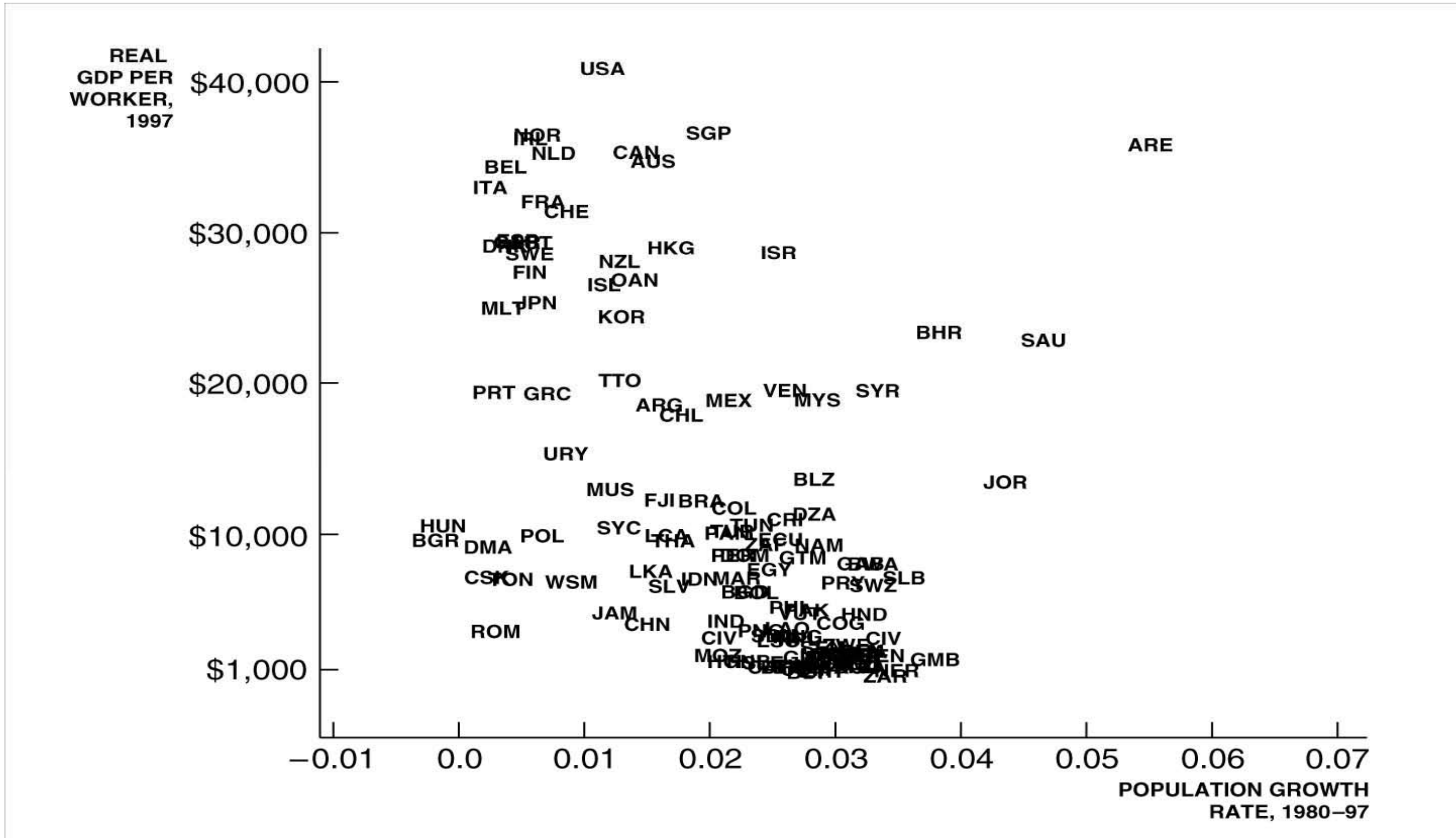


FIGURE 2.7 GDP PER WORKER VERSUS POPULATION GROWTH RATES

Economic Growth, 2nd Edition

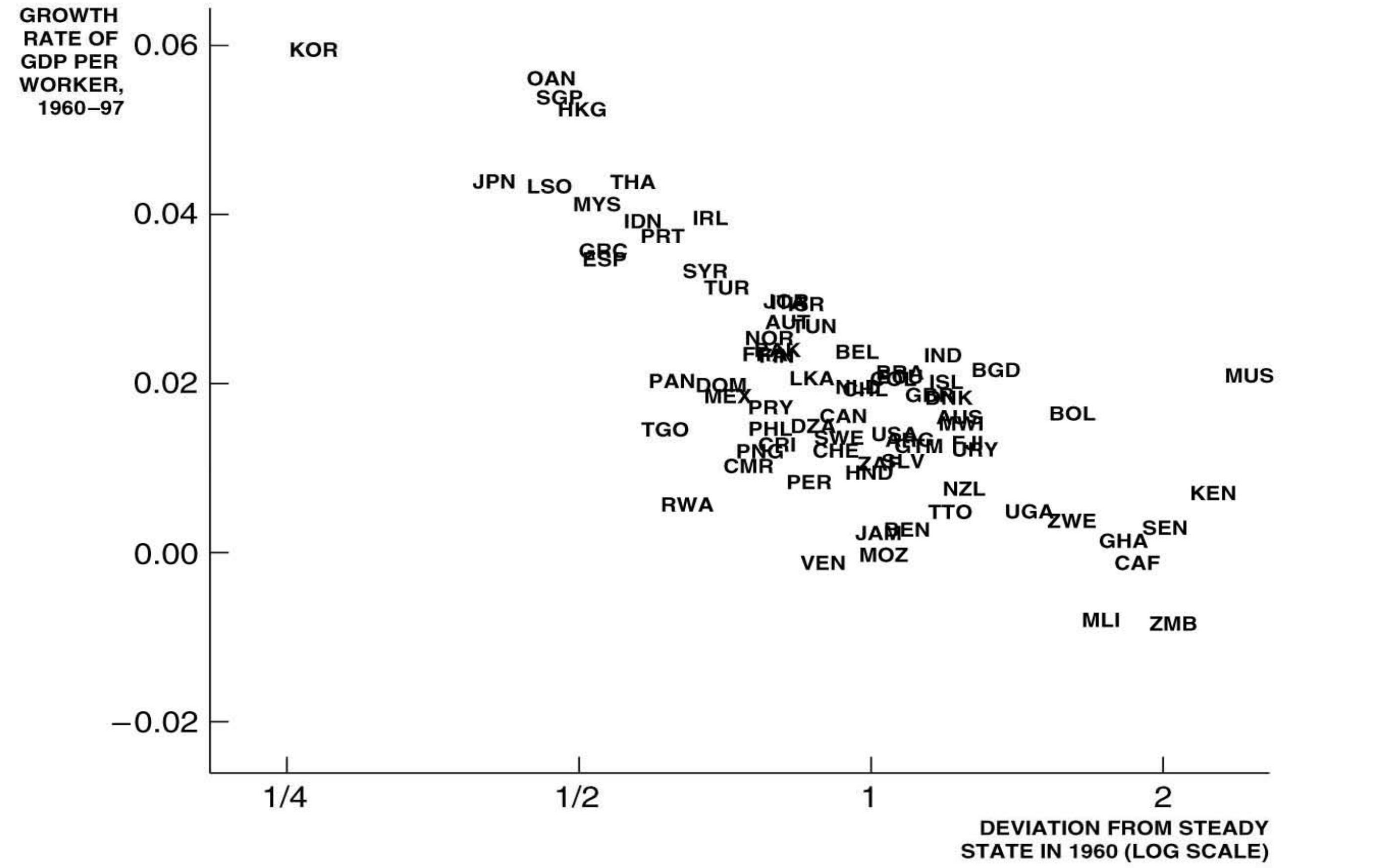
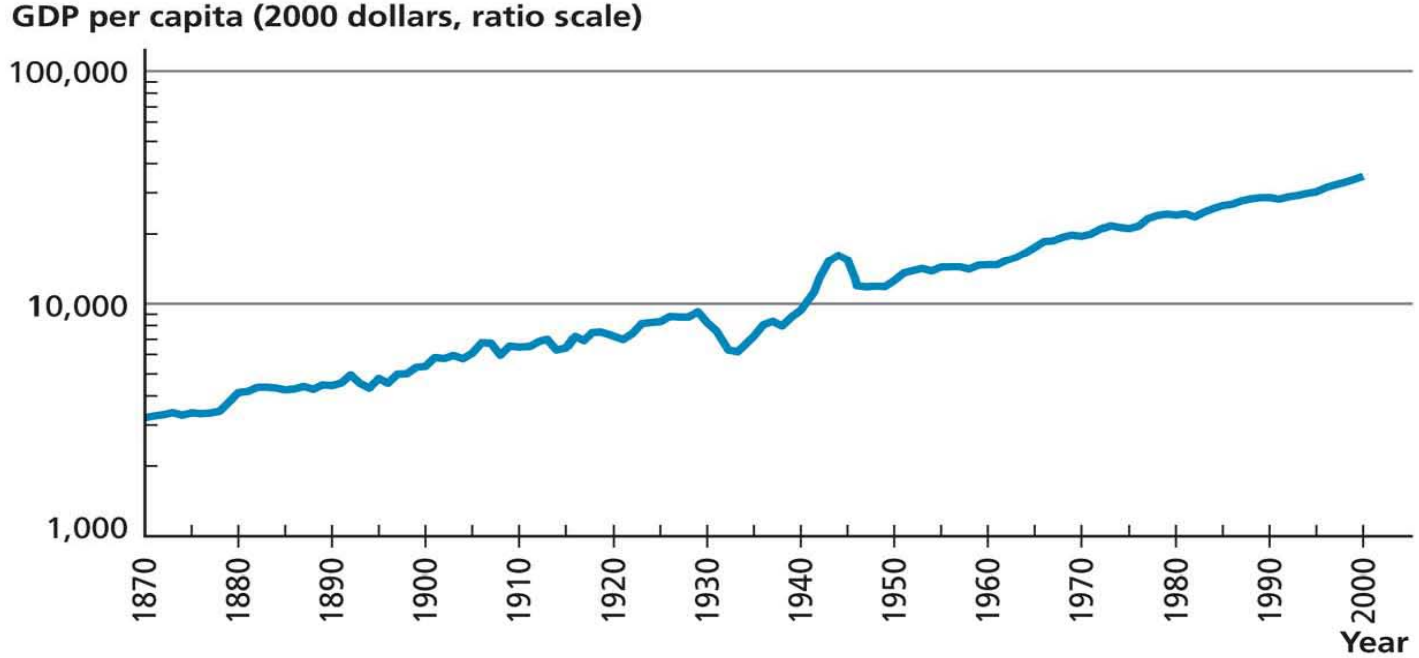


FIGURE 3.8 "CONDITIONAL" CONVERGENCE FOR THE WORLD, 1960–97

Economic Growth, 2nd Edition

FIGURE 1.4
GDP per Capita in the United States, 1870–2000 (Ratio Scale)



 1-5

Necesitamos fuentes de crecimiento sostenido

- El supuesto de **rendimientos decrecientes** en capital impiden que la acumulación de capital por si sola genere crecimiento sostenido de la renta per cápita.
- Por lo tanto, necesitamos algún ingrediente adicional en el modelo para compensar esos rendimientos decrecientes en capital.
  ¿Qué alternativas tenemos?:
  1. Progreso técnico continuado.
  2. Externalidades en capital que generen rendimientos constantes o crecientes en capital a nivel social.
  3. Una medida más amplia de capital para tener rendimientos constantes en capital a nivel privado: El capital humano.
  4. Gasto o capital público.

Siguiente paso

- Analizaremos las ampliaciones del modelo básico de Solow-Swan, en las que se incorporan esas fuentes alternativas de crecimiento sostenido.
- ¿Ofrecen explicaciones convincentes a los hechos empíricos del crecimiento económico?