



UNIVERSIDADE
DE VIGO

GRADO EN ADE

2º DE ADE

Universidade de Vigo

Apéndice Matemático

Tipos de variables económicas.

Variables endógenas y exógenas.

Una variable endógena es aquella cuyos valores se determinan por el sistema de relaciones funcionales entre las variables del modelo, es decir, su valor se determina dentro del modelo.

Una variable exógena es aquella cuyo valor no queda determinado dentro del modelo. Los valores de las variables exógenas se toman como datos de las relaciones funcionales establecidas entre las variables del modelo.

La característica de variable endógena o exógena lo es en relación a cada modelo. Una variable puede ser endógena en un modelo y exógena en otro.

Variables flujo y stock.

Un flujo es una variable económica que está referida a un periodo de tiempo. Su medición tiene sentido entre dos instantes distintos del tiempo.

Un stock es una variable económica que está referida a un instante de tiempo. Su medición sólo tiene sentido en un momento concreto de tiempo.

Variables flujo: inversión, nacimientos, PIB, ...

Variables stock: capital, población, ...

Las variables stock surgen generalmente de la acumulación de variables flujo.

$$K_t = I_t + (1 - \delta)K_{t-1}$$

$$Pop_t = Pop_t + Nac_t - Fallec_t$$

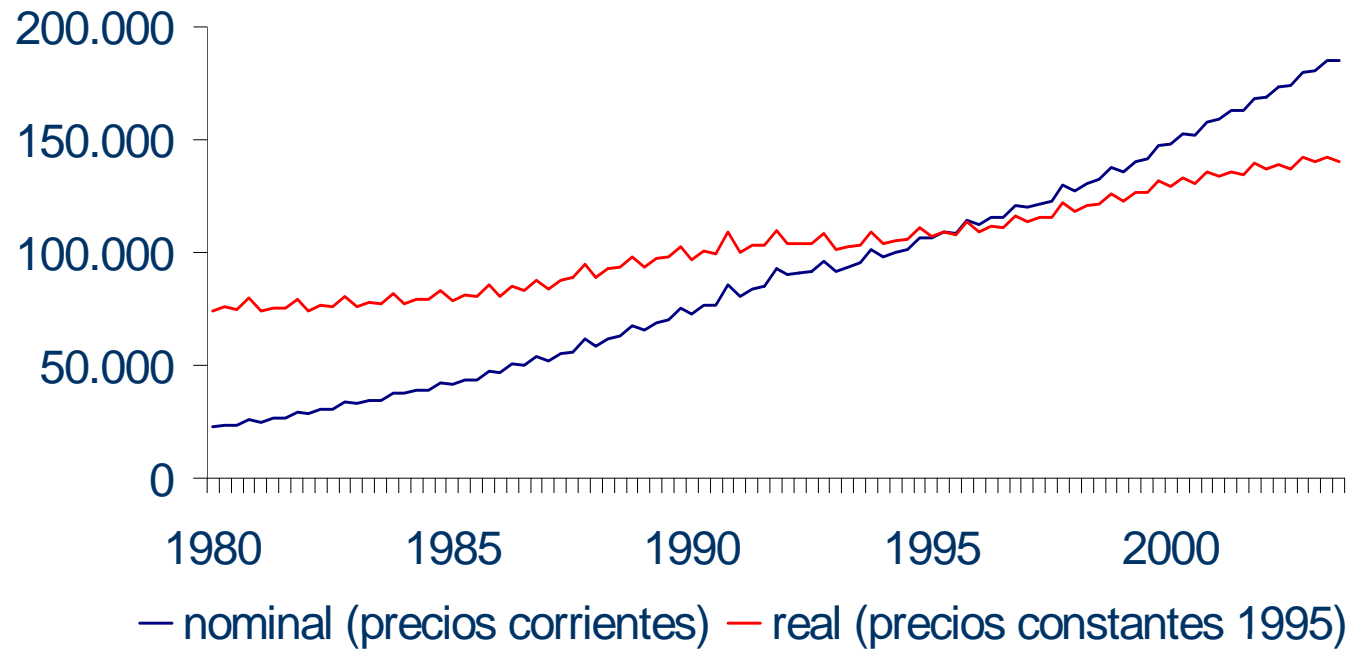
Variables nominales y reales.

La distinción entre nominal y real tiene que ver con los efectos que introduce la inflación en la medición de las variables. Distinguimos entre variable real y nominal según se tenga en cuenta o no la variación de los precios.

Ejemplo 1: Supongamos que el salario nominal es de 10 €, y que tanto el salario como el nivel de precios se incrementan en un 10%. ¿Ha cambiado el poder adquisitivo del trabajador? ¿Ha cambiado su salario en términos reales?

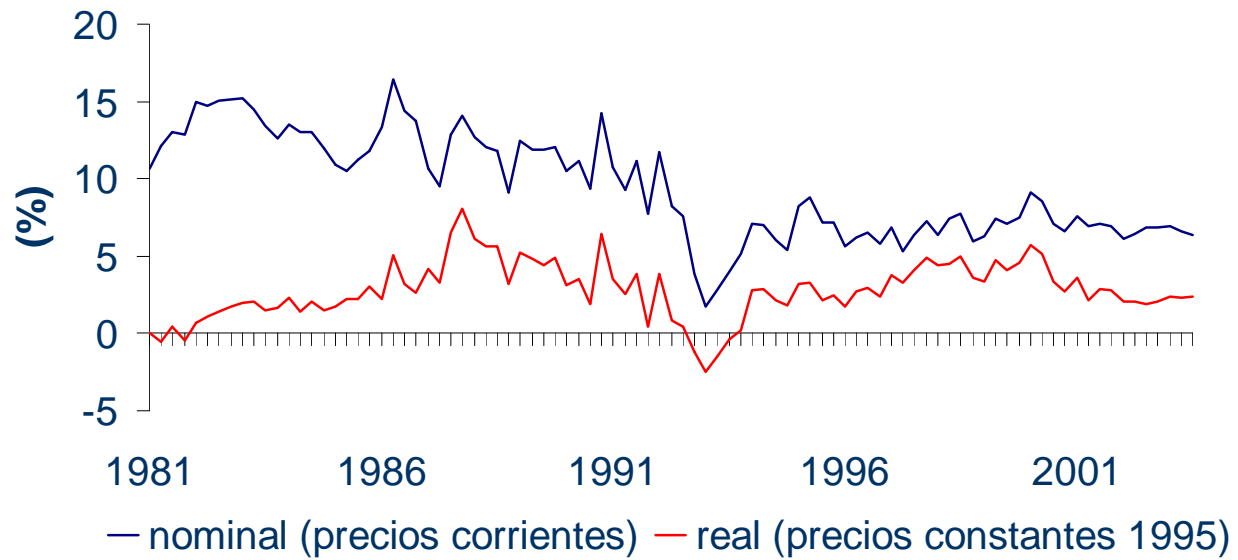
Ejemplo 2: La producción (PIB) de un país en un determinado año será la suma de las cantidades producidas multiplicadas por sus respectivos precios. Al año siguiente el valor de la producción será diferente ¿a qué factores se deberá la variación? ¿cuál es más importante en términos económicos?

Producto Interior Bruto (en millones de €)



¿Qué variable crece más rápido? ¿Por qué?

Producto Interior Bruto (tasa de crecimiento)



¿Qué mide la diferencia entre ambos crecimientos?

¿Cuál es la relación entre variable nominal y real?

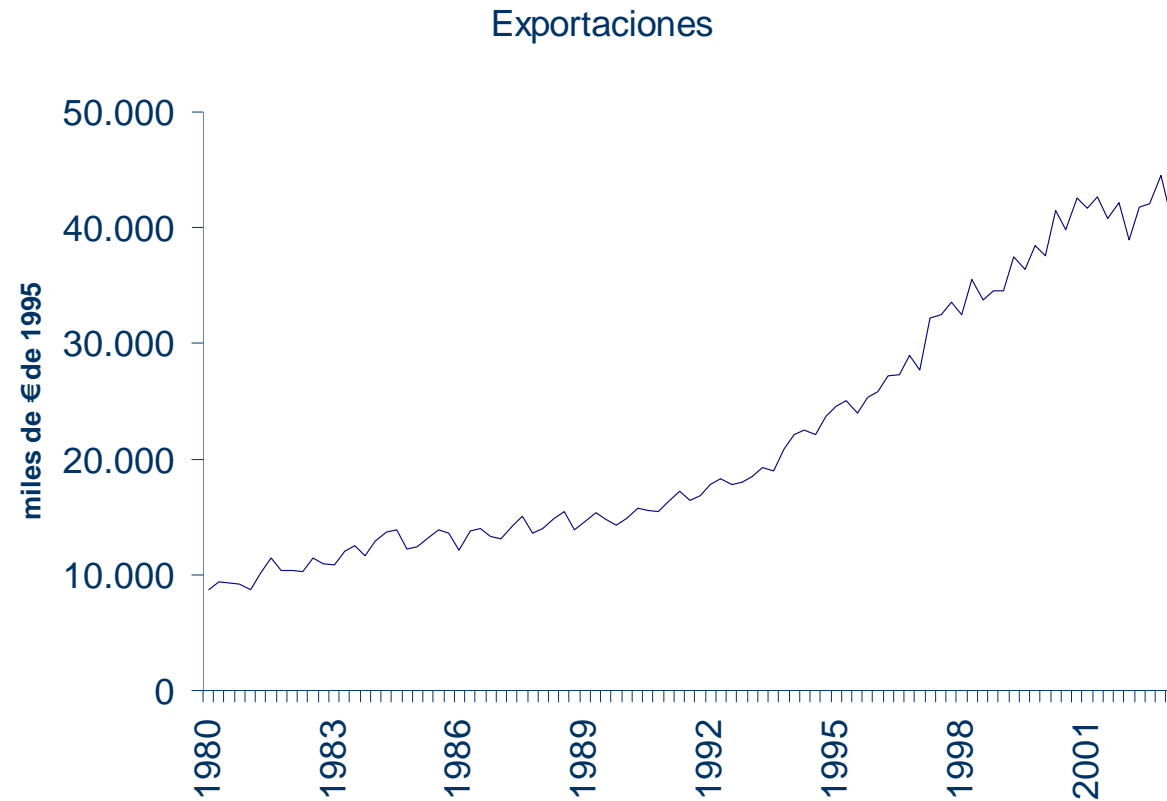
$$\text{Variable real} = \frac{\text{Variable nominal}}{\text{Nivel de precios}}$$

Muchas veces distinguimos entre una variable medida a precios (o unidades monetarias) corrientes o a precios (o unidades monetarias) constantes de un año base. Esta distinción es equivalente a la distinción nominal/real:

PIB nominal \equiv PIB a precios corrientes (en € corrientes)

PIB real \equiv PIB a precios ctes. año base (en € ctes. año base)

Tasas de crecimiento.



¿Qué podemos decir acerca del comportamiento de esta variable?

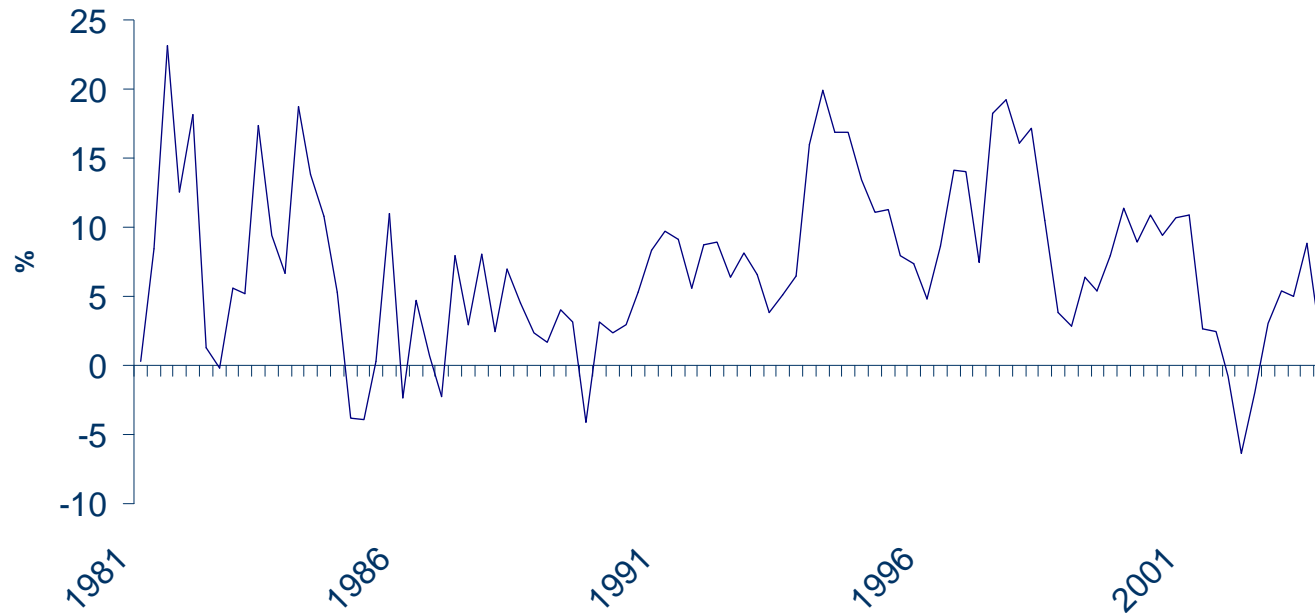
¿Debemos medir el crecimiento en términos absolutos o en términos relativos?

Ejemplo 3: Se produce un aumento del PIB en 100 millones de € tanto en la economía USA como en la española. ¿Implica esto una evolución similar en ambas economías? ¿Por qué?

$$\text{Tasa de crecimiento de } X_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} \times 100$$

La tasa de crecimiento o tasa de variación nos mide la variación porcentual que ha experimentado la variable respecto al período anterior.

Exportaciones
(tasa de variación real)



En Macroeconomía las variables son el resultado de la agregación de muchas variables individuales. Esto hace que la mayoría de variables macroeconómicas tengan una tendencia creciente en el tiempo, por lo que medir su “ritmo” de crecimiento resulta muy importante.

Tasa de crecimiento de un producto.

Supongamos que $Z=X*Y$, ¿cuál es la relación de la tasa de crecimiento de Z , con las tasas de crecimiento de X e Y ?

Designemos z , x , e y a las tasas de crecimiento respectivas.

$$x = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} = \frac{X_t}{X_{t-1}} - 1 \quad \rightarrow \quad 1 + x = \frac{X_t}{X_{t-1}}$$

$$y = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1 \quad \rightarrow \quad 1 + y = \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{Z_t - Z_{t-1}}{Z_{t-1}} = \frac{Z_t}{Z_{t-1}} - 1 = \frac{X_t * Y_t}{X_{t-1} * Y_{t-1}} - 1 = \frac{X_t}{X_{t-1}} * \frac{Y_t}{Y_{t-1}} - 1 = \\ &= (1 + x) * (1 + y) - 1 = 1 + x + y + x * y - 1 = x + y + x * y \approx x + y \end{aligned}$$

$$z \approx x + y$$



La tasa de crecto. de un producto es "igual" a la suma de las tasas de crecto.

Ejercicio: una empresa ha aumentado las unidades vendidas de su producto en un 5%, mientras que el precio del producto se ha incrementado en un 10%. ¿Cuál ha sido la variación de los ingresos de esa empresa?

Aplicación: ¿Cuál es la relación entre las tasas de crecimiento de una variable nominal y una variable real?

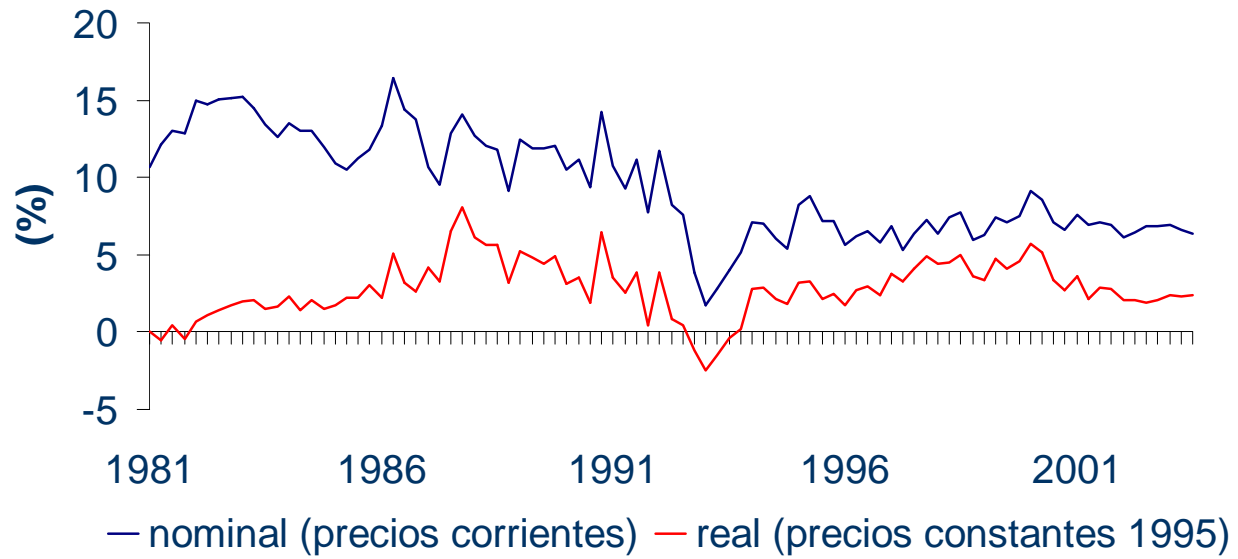
$$R_t = \frac{N_t}{P_t} \Rightarrow N_t = R_t * P_t$$

Aplicando el resultado anterior:

$$n \approx r + \pi \Rightarrow r \approx n - \pi$$

Interpretación: el crecimiento de una variable nominal puede descomponerse en la suma del crecimiento de las cantidades (crecto. real) más el crecimiento de los precios (inflación).

Producto Interior Bruto (tasa de crecimiento)



Tasa de crecimiento de una suma.

Supongamos que $Z=X+Y$, ¿cuál es la relación de la tasa de crecimiento de Z , con las tasas de crecimiento de X e Y ?

Designemos z , x , e y a las tasas de crecimiento respectivas.

$$z = \frac{Z_t - Z_{t-1}}{Z_{t-1}} = \frac{(X_t + Y_t) - (X_{t-1} + Y_{t-1})}{Z_{t-1}}$$

Reordenando:

$$z = \frac{(X_t - X_{t-1}) + (Y_t - Y_{t-1})}{Z_{t-1}} = \frac{X_t - X_{t-1}}{Z_{t-1}} + \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Z_{t-1}}$$

Multiplicando y dividiendo cada sumando por X_{t-1} e Y_{t-1} respectivamente:

$$z = \frac{X_t - X_{t-1}}{Z_{t-1}} \frac{X_{t-1}}{X_{t-1}} + \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Z_{t-1}} \frac{Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = x \frac{X_{t-1}}{Z_{t-1}} + y \frac{Y_{t-1}}{Z_{t-1}}$$

$$z = x \frac{X_{t-1}}{Z_{t-1}} + y \frac{Y_{t-1}}{Z_{t-1}}$$

Interpretación: la tasa de crecimiento de una suma es igual a la suma **ponderada** de las tasas de crecimiento, donde la ponderación indica la importancia de cada sumando en el total.

Ejemplo 4: El PIB puede obtenerse como resultado de la suma de los distintos componentes de la demanda agregada:

$$\mathbf{PIB = C+I+G+X-M}$$

¿Qué “responsabilidad” tiene cada uno de los componentes de la demanda en el crecimiento del PIB?

$$tcPIB = tcC \frac{C_{t-1}}{PIB_{t-1}} + tcI \frac{I_{t-1}}{PIB_{t-1}} + tcG \frac{G_{t-1}}{PIB_{t-1}} + tcX \frac{X_{t-1}}{PIB_{t-1}} - tcM \frac{M_{t-1}}{PIB_{t-1}}$$

Podemos ver cuál es la contribución de cada componente de la demanda al crecimiento del PIB. Esta contribución será el producto de la tasa de crecimiento de cada componente multiplicado por el peso de ese componente en el total del PIB (en el periodo anterior).

Datos en millones de € de 1995

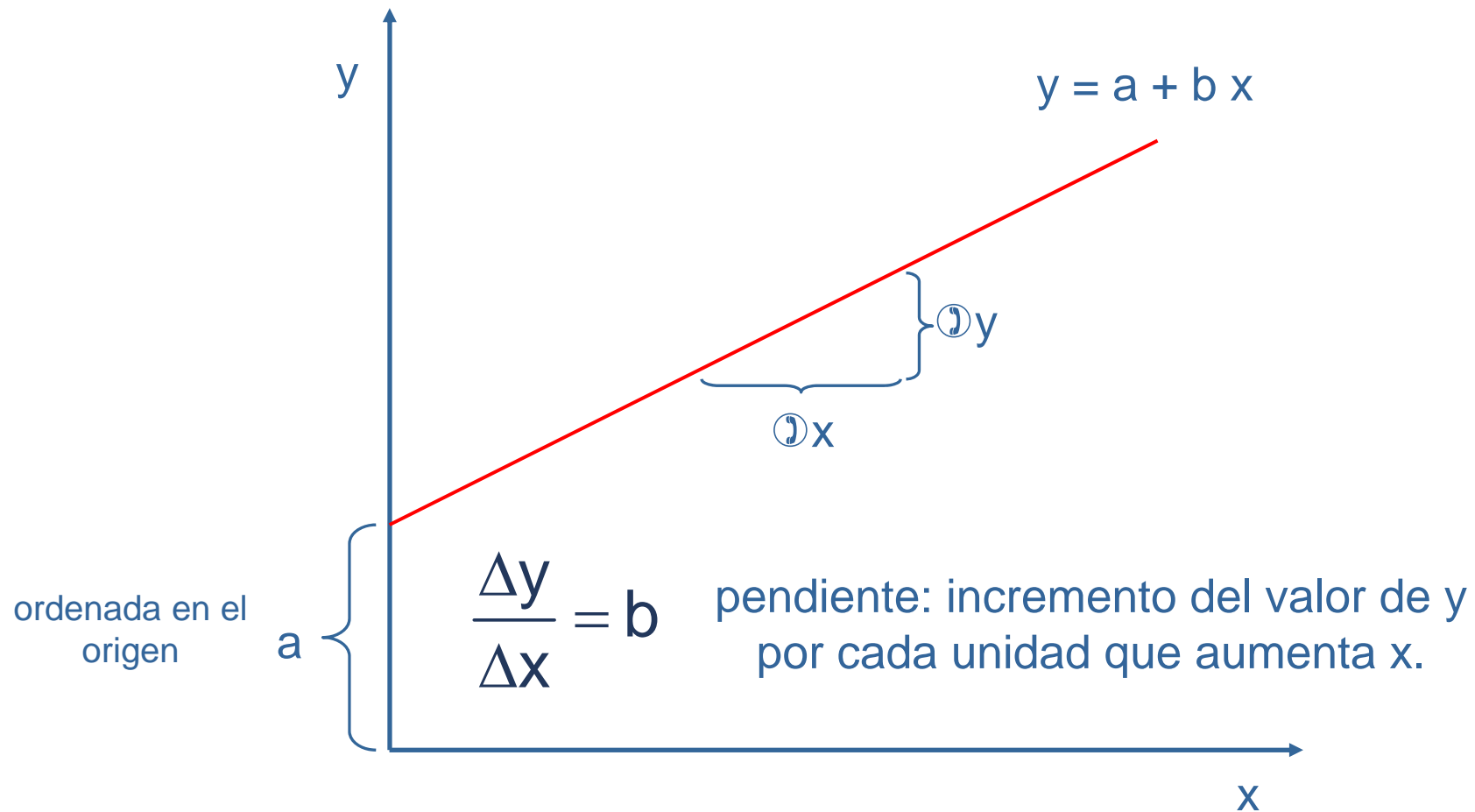
	PIB	C	I	G	X	M
1980	304220	192833	62947	42936	36566	31062
1981	303822	190891	57540	44640	40695	29944
1982	307606	190961	58377	46724	42962	31418
1983	313051	191708	57084	48208	47092	31041
1984	318633	191304	56092	49106	52758	30627
1985	326034	195672	58980	51208	53114	32940
1986	336642	202250	66107	53651	53235	38601
1987	355312	214272	74629	58544	56036	48169
1988	373412	224637	85703	60812	58177	55917
1989	391443	236670	95601	65986	59009	65823
1990	406252	244836	101575	70220	61779	72158
1991	416582	251767	103031	74525	66877	79618
1992	420462	257141	99273	77203	71894	85049
1993	416126	251901	87806	79496	77529	80606
1994	426041	254284	90857	80279	90453	89832
1995	437787	258647	97748	82210	98957	99775
1996	448457	264243	99498	83257	109234	107775
1997	466513	272619	104321	85643	125985	122055
1998	486785	284482	115435	88808	136281	138221
1999	507346	297733	125826	92541	146836	155590
2000	528714	309552	132488	97205	161519	172050
2001	543746	318386	136297	100669	167319	178925
2002	554852	326760	137790	105070	167308	182076

$$tcPIB = tcC \frac{C_{t-1}}{PIB_{t-1}} + tcI \frac{I_{t-1}}{PIB_{t-1}} + tcG \frac{G_{t-1}}{PIB_{t-1}} + tcX \frac{X_{t-1}}{PIB_{t-1}} - tcM \frac{M_{t-1}}{PIB_{t-1}}$$

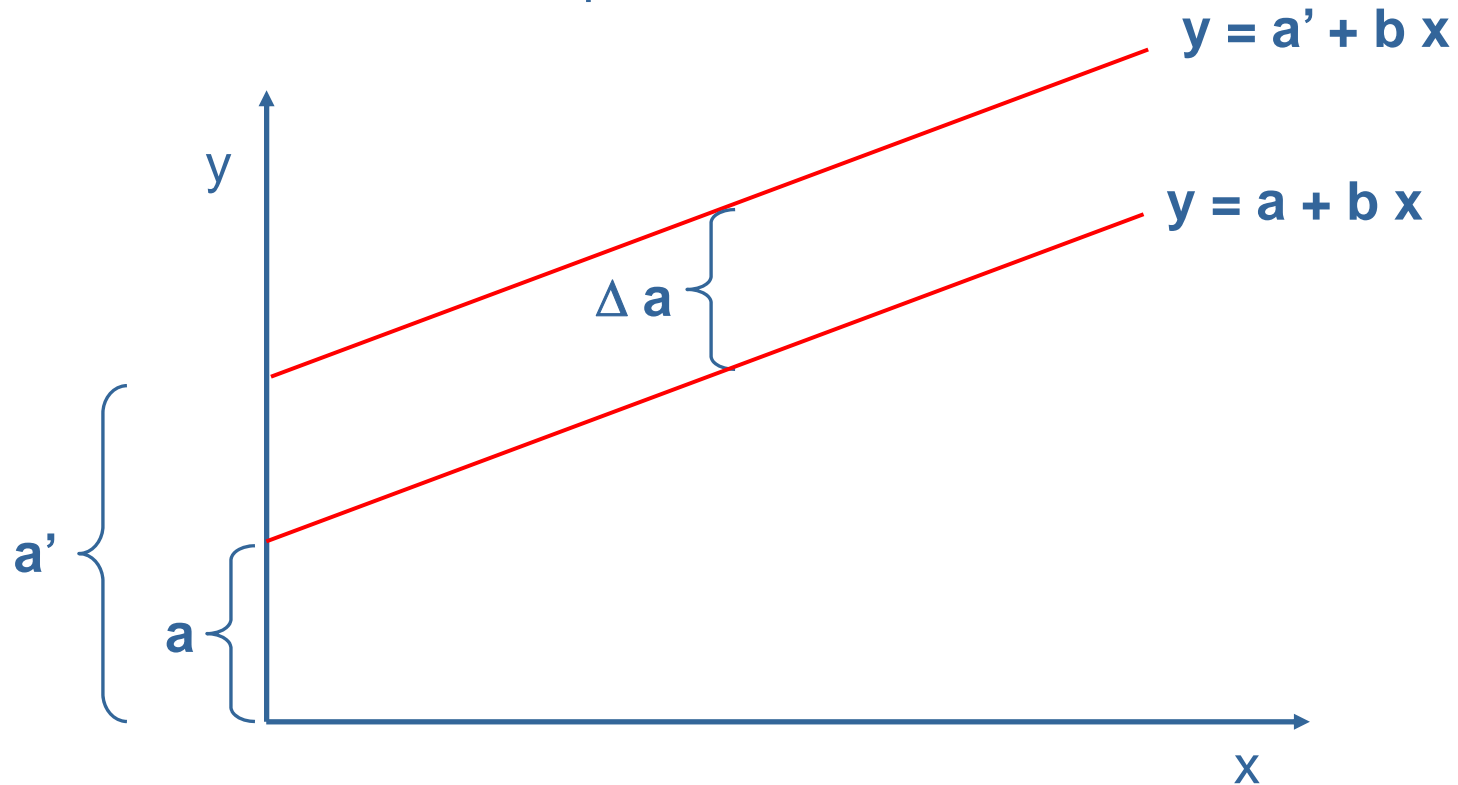
Participación en el PIB						Tasa de crecimiento (en %)						Contribución al crecimiento del PIB (en %)							
	C	I	G	X	M	PIB	C	I	G	X	M	C	I	G	X	M	PIB=C+I+G+X-M		
1980	0,63	0,21	0,14	0,12	0,1	1980						1980							
1981	0,63	0,19	0,15	0,13	0,1	1981	-0,13	-1,01	-8,59	3,97	11,29	-3,6	1981	-0,638	-1,78	0,56	1,357	-0,367	-0,13083
1982	0,62	0,19	0,15	0,14	0,1	1982	1,245	0,037	1,45	4,67	5,571	4,923	1982	0,023	0,275	0,686	0,746	0,4852	1,24547
1983	0,61	0,18	0,15	0,15	0,1	1983	1,77	0,391	-2,21	3,18	9,613	-1,2	1983	0,2428	-0,42	0,482	1,343	-0,123	1,77012
1984	0,6	0,18	0,15	0,17	0,1	1984	1,783	-0,21	-1,74	1,86	12,03	-1,33	1984	-0,129	-0,32	0,287	1,81	-0,132	1,7831
1985	0,6	0,18	0,16	0,16	0,1	1985	2,323	2,283	5,15	4,28	0,675	7,552	1985	1,3709	0,906	0,66	0,112	0,7259	2,32273
1986	0,6	0,2	0,16	0,16	0,11	1986	3,254	3,362	12,1	4,77	0,228	17,19	1986	2,0176	2,186	0,749	0,037	1,7363	3,25365
1987	0,6	0,21	0,16	0,16	0,14	1987	5,546	5,944	12,9	9,12	5,262	24,79	1987	3,5712	2,531	1,453	0,832	2,8422	5,54595
1988	0,6	0,23	0,16	0,16	0,15	1988	5,094	4,837	14,8	3,87	3,821	16,09	1988	2,9172	3,117	0,638	0,603	2,1806	5,09411
1989	0,6	0,24	0,17	0,15	0,17	1989	4,829	5,357	11,5	8,51	1,43	17,72	1989	3,2224	2,651	1,386	0,223	2,6528	4,82871
1990	0,6	0,25	0,17	0,15	0,18	1990	3,783	3,45	6,25	6,42	4,694	9,624	1990	2,0861	1,526	1,082	0,708	1,6184	3,78318
1991	0,6	0,25	0,18	0,16	0,19	1991	2,543	2,831	1,43	6,13	8,252	10,34	1991	1,7061	0,358	1,06	1,255	1,8363	2,54276
1992	0,61	0,24	0,18	0,17	0,2	1992	0,931	2,135	-3,65	3,59	7,502	6,821	1992	1,29	-0,9	0,643	1,204	1,3037	0,93139
1993	0,61	0,21	0,19	0,19	0,19	1993	-1,03	-2,04	-11,6	2,97	7,838	-5,22	1993	-1,246	-2,73	0,545	1,34	-1,057	-1,03125
1994	0,6	0,21	0,19	0,21	0,21	1994	2,383	0,946	3,47	0,98	16,67	11,45	1994	0,5727	0,733	0,188	3,106	2,2171	2,38269
1995	0,59	0,22	0,19	0,23	0,23	1995	2,757	1,716	7,58	2,41	9,402	11,07	1995	1,0241	1,617	0,453	1,996	2,3338	2,75701
1996	0,59	0,22	0,19	0,24	0,24	1996	2,437	2,164	1,79	1,27	10,39	8,018	1996	1,2782	0,4	0,239	2,347	1,8274	2,43726
1997	0,58	0,22	0,18	0,27	0,26	1997	4,026	3,17	4,85	2,87	15,33	13,25	1997	1,8677	1,075	0,532	3,735	3,1843	4,02625
1998	0,58	0,24	0,18	0,28	0,28	1998	4,345	4,351	10,7	3,7	8,172	13,24	1998	2,5429	2,382	0,678	2,207	3,4653	4,34543
1999	0,59	0,25	0,18	0,29	0,31	1999	4,224	4,658	9	4,2	7,745	12,57	1999	2,7221	2,135	0,767	2,168	3,5681	4,22384
2000	0,59	0,25	0,18	0,31	0,33	2000	4,212	3,97	5,29	5,04	10	10,58	2000	2,3296	1,313	0,919	2,894	3,2443	4,21172
2001	0,59	0,25	0,19	0,31	0,33	2001	2,843	2,854	2,87	3,56	3,591	3,996	2001	1,6708	0,72	0,655	1,097	1,3003	2,84313
2002	0,59	0,25	0,19	0,3	0,33	2002	2,042	2,63	1,1	4,37	-0,01	1,761	2002	1,5401	0,275	0,809	-0,002	0,5795	2,0425

APÉNDICE: repaso matemático.

Pendiente de una recta.

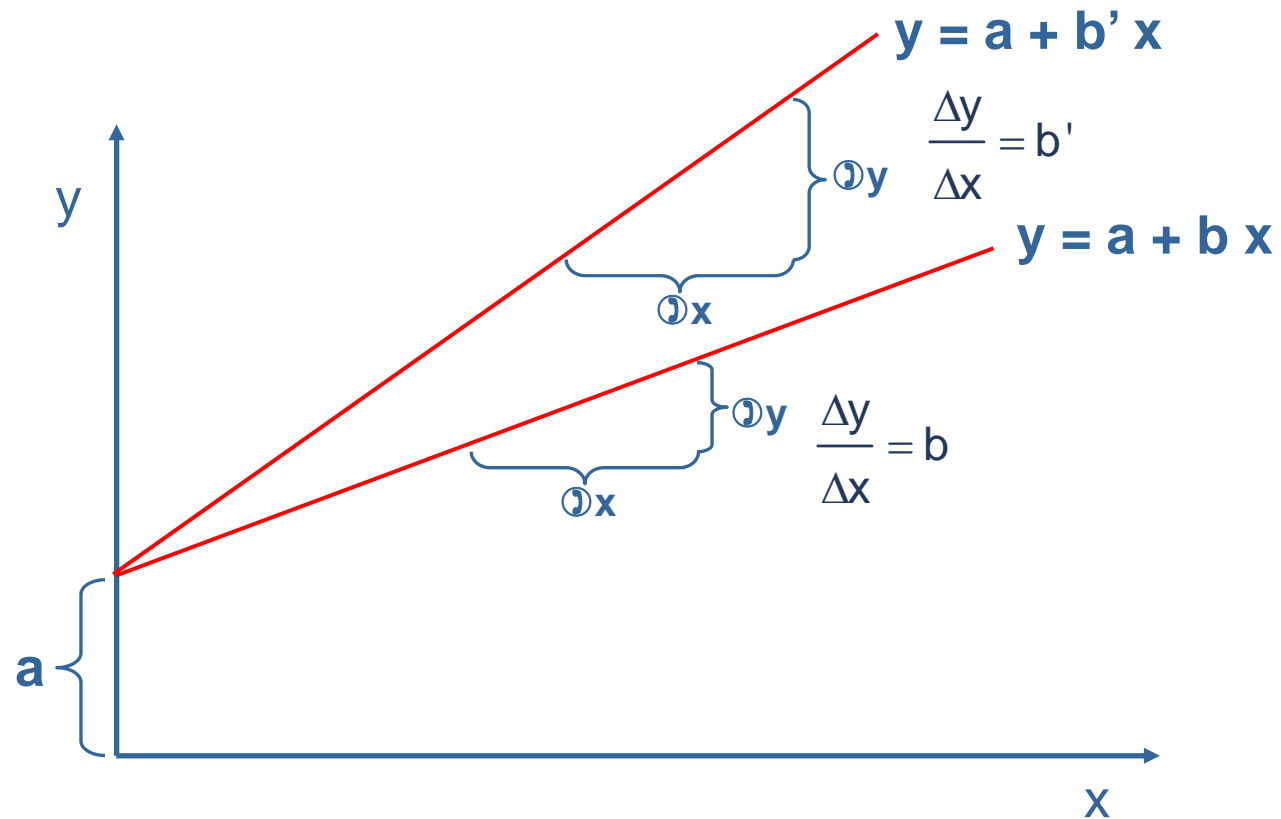


¿Qué ocurre si aumenta el parámetro a ?



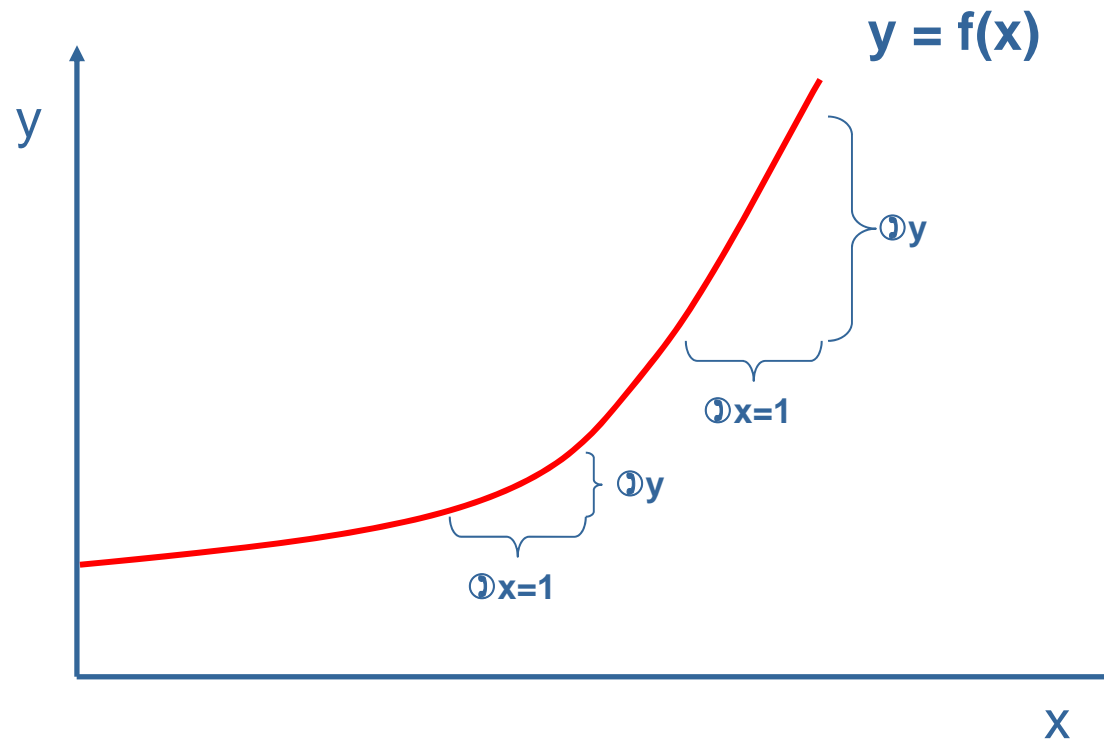
La recta se traslada hacia la izquierda (hacia la derecha si disminuyese a). La pendiente (inclinación) no cambia.

¿Qué ocurre si aumenta el parámetro **b**?



La pendiente (inclinación) aumenta, es ahora **b'**, la recta gira hacia la izquierda (hacia la derecha si disminuyese **b**). La ordenada en el origen no cambia.

Pendiente de una curva (convexa).

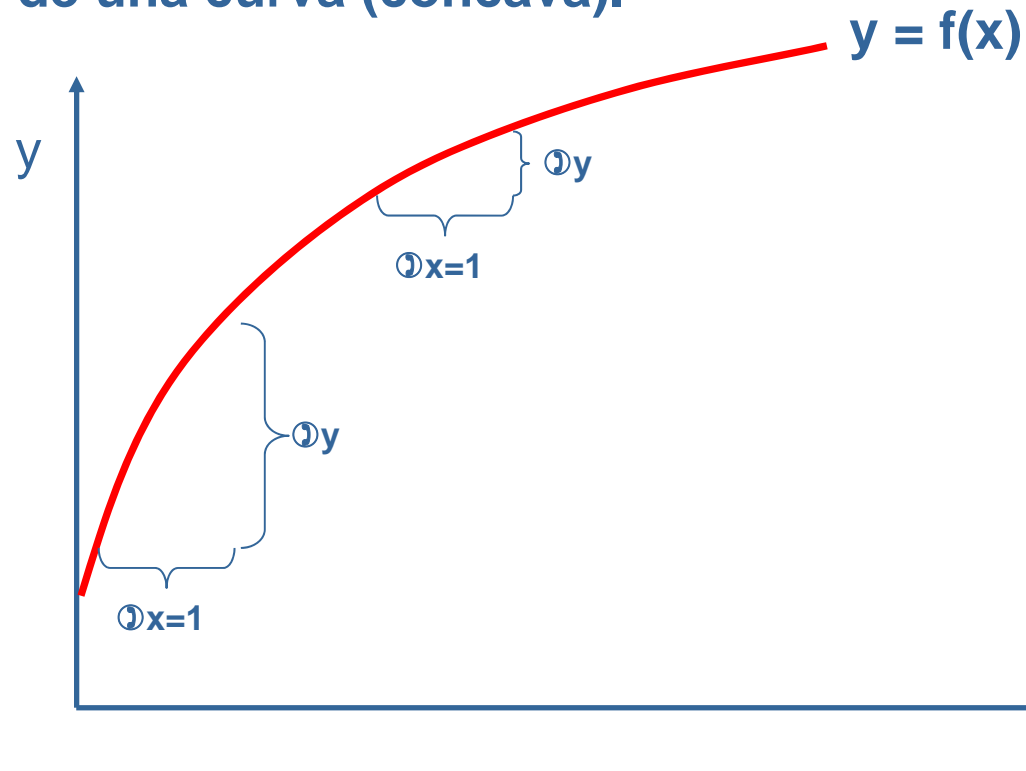


¿Qué ocurre con el Δy cada vez que Δx en 1 unidad?

La pendiente es positiva, pero cada vez mayor. Los incrementos de y son cada vez mayores.

La curva es convexa.

Pendiente de una curva (cóncava).



¿Qué ocurre con el Δy cada vez que Δx en 1 unidad?

La pendiente es positiva, pero cada vez más pequeña. Los incrementos de y son cada vez menores.

La curva es cóncava.

Resumen apéndice.

Si tenemos una variable **y** que es función de otra variable **y**, **y=f(x)**, llamamos **pendiente** al incremento que experimenta **y** cada vez que incrementamos **x** en una unidad:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{pendiente}$$

Si la pendiente es positiva, es decir, si al aumentar **x** aumenta **y**, entonces tenemos una función (relación) **creciente**.

Si la pendiente es negativa la función es **decreciente**.

En una **recta**, la pendiente es siempre constante.

Si la pendiente es creciente, la variable **y** está incrementándose cada vez en una proporción mayor. Tenemos una función **convexa**.

Si la pendiente es decreciente, la variable **y** está incrementándose cada vez en una proporción menor. Tenemos una función **cóncava**.

PRODUCTO INTERIOR BRUTO (a)

GRÁFICO 1

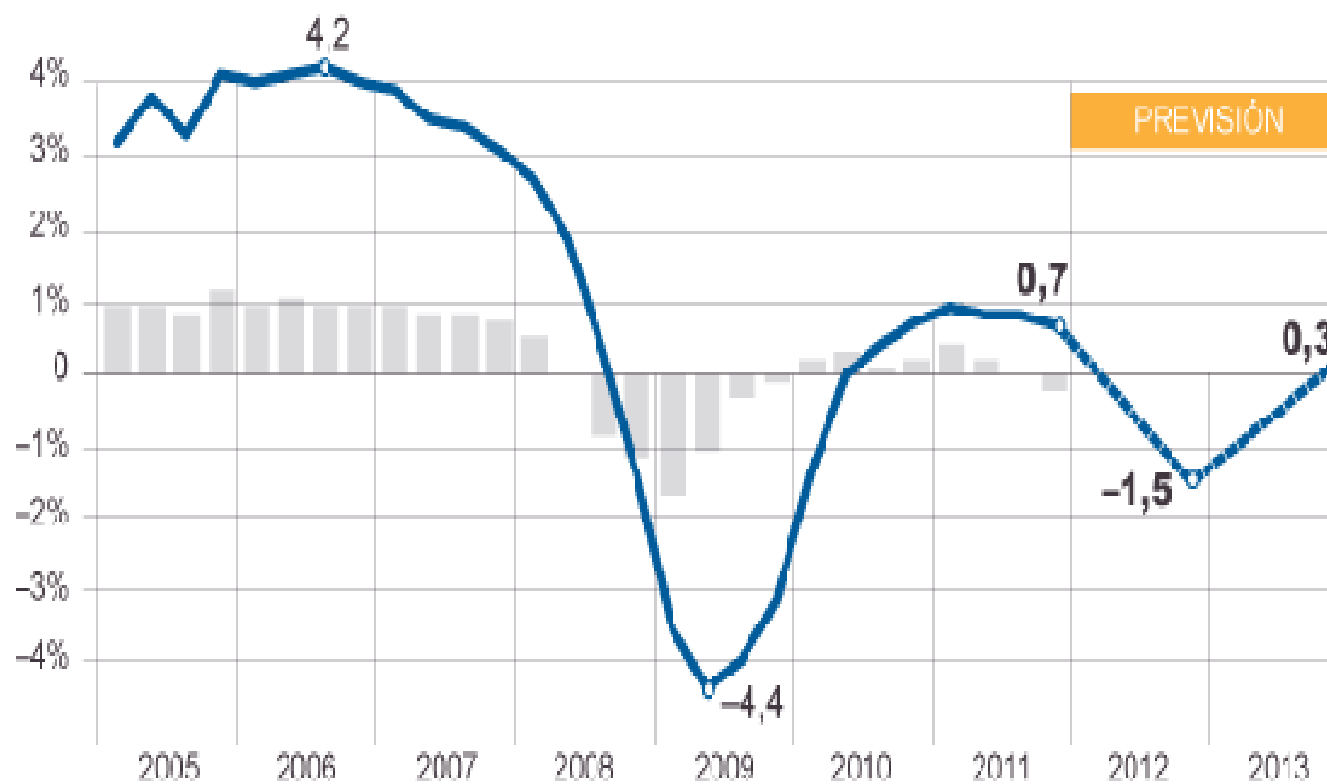


FUENTES: Banco Central Europeo, Instituto Nacional de Estadística y Banco de España.

a. Series ajustadas de estacionalidad.

EVOLUCIÓN DEL PIB ESPAÑOL

— Tasa interanual ■ Tasa intertrimestral

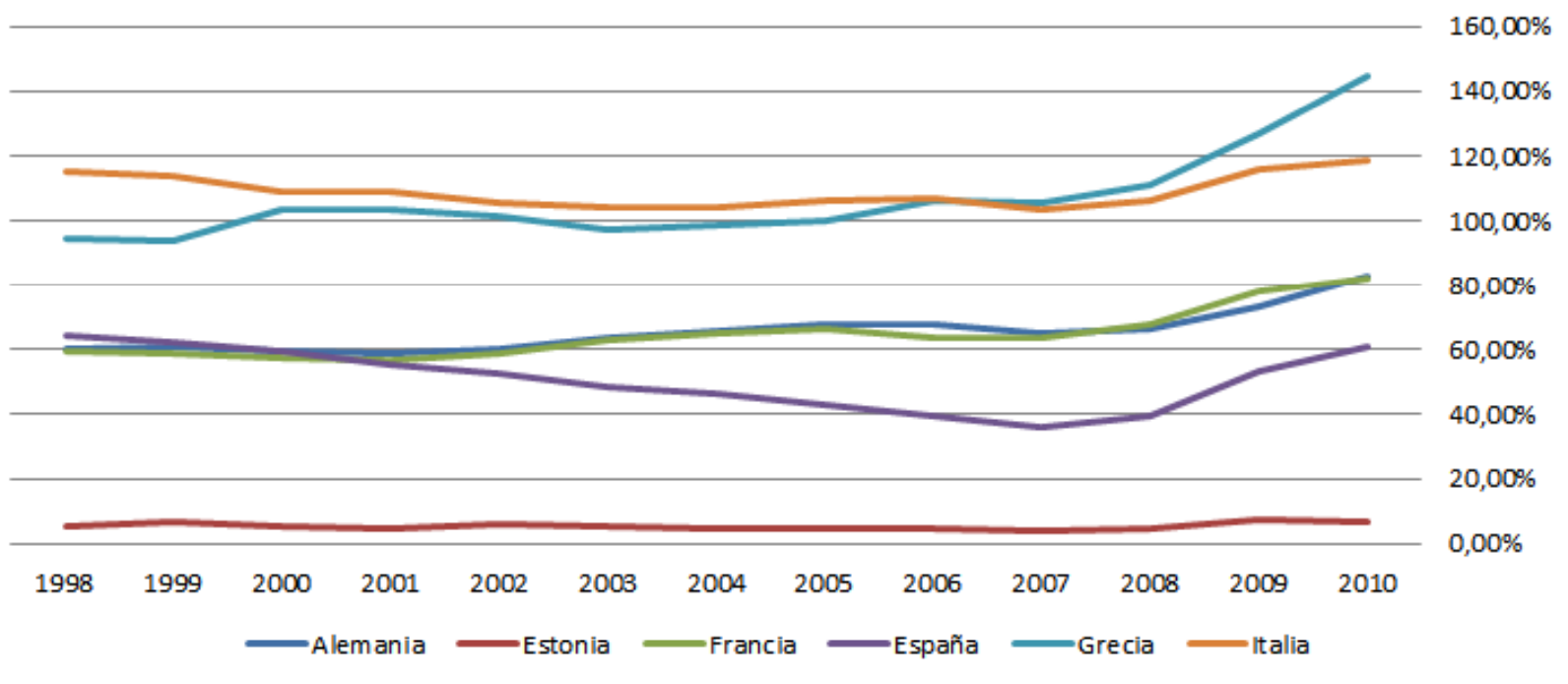


Fuente: Banco de España

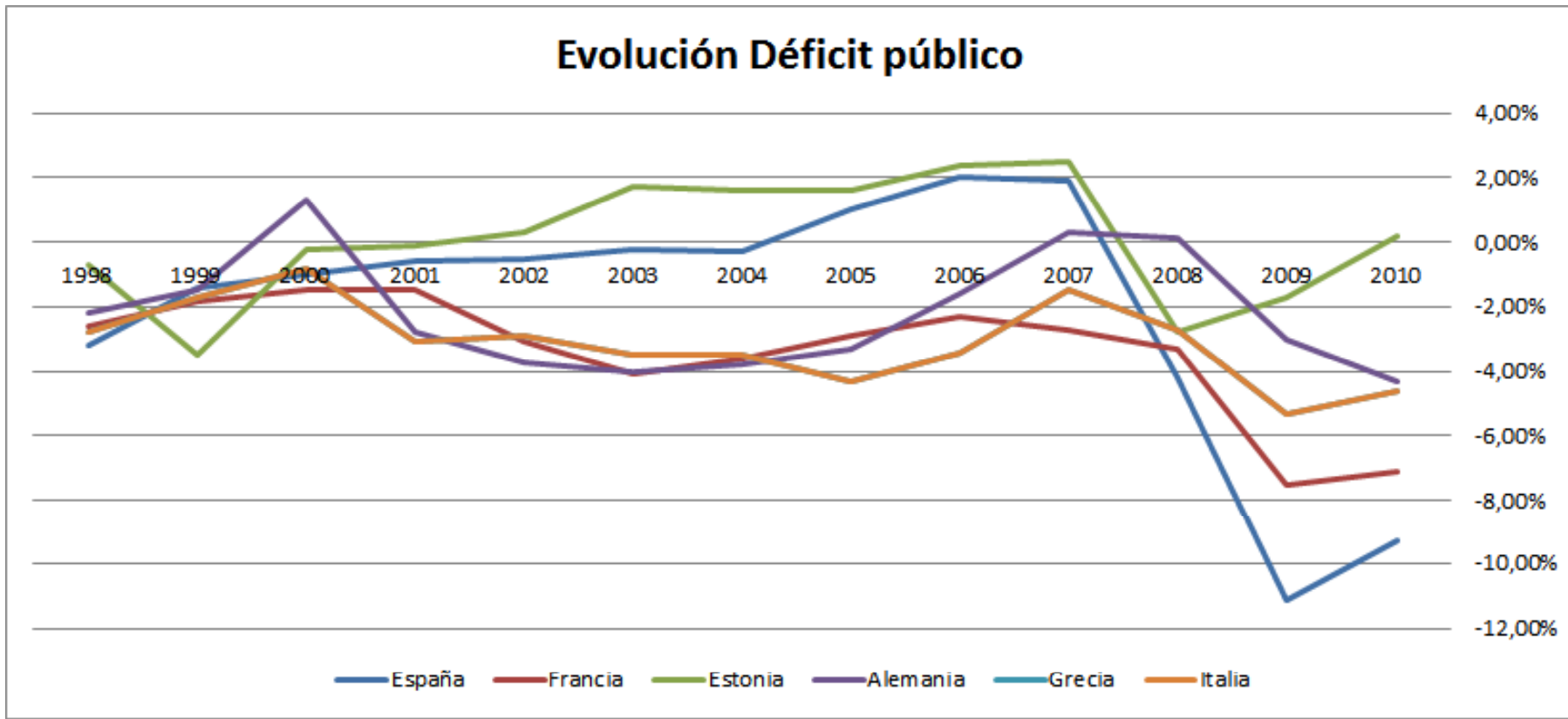
EL PAÍS

- <http://www.datosmacro.com/pib/espana>

Porcentaje de deuda sobre el PIB



Evolución Déficit público



Composición del crecimiento de la economía española

Tasas medias anuales, variación en %

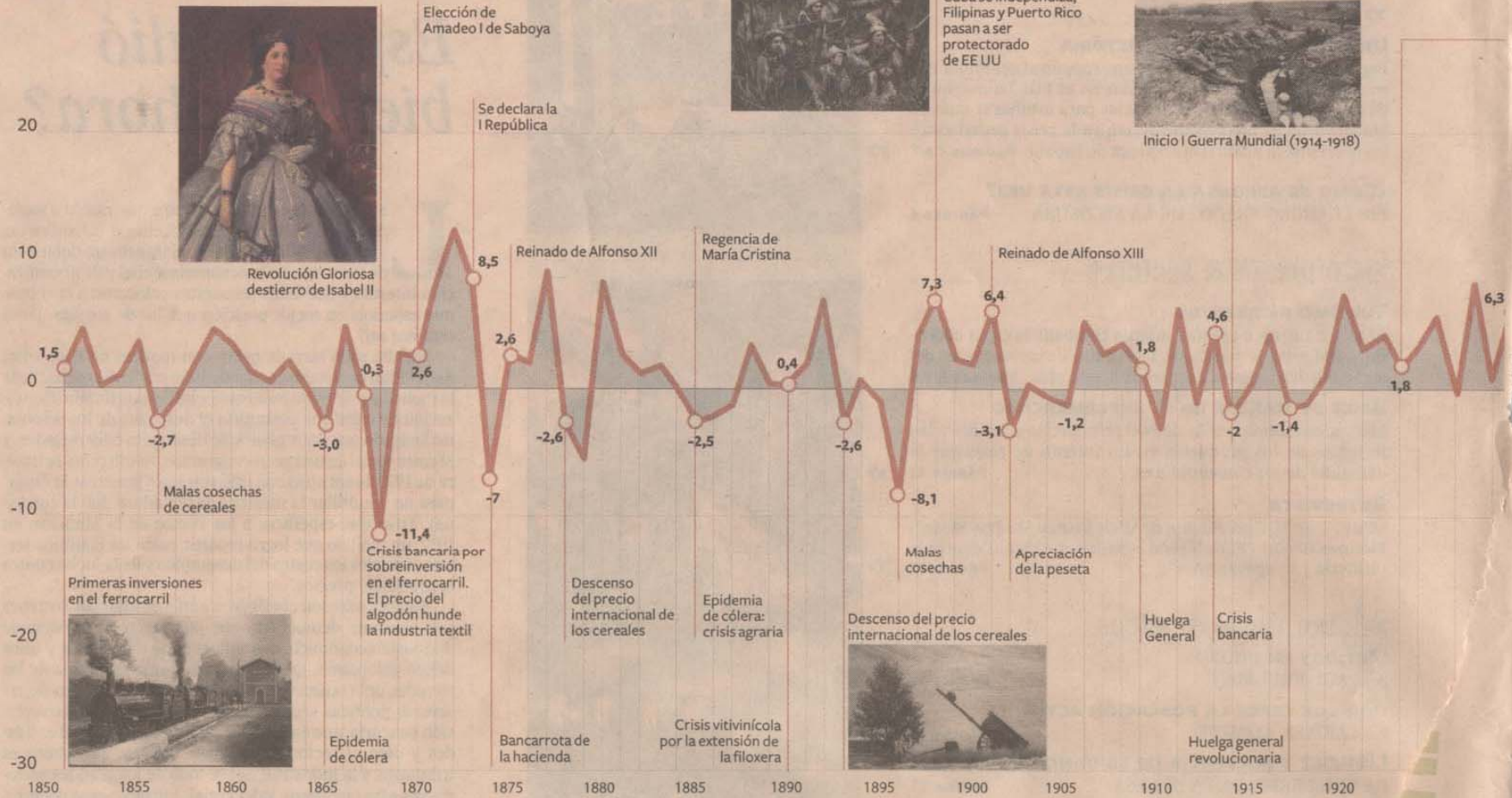
	PIB pm	PIB per cápita	Población	PIB por hora trabajada	Horas trabajadas
1855-1866	1,4	1,0	0,4	0,5	0,9
1867-1873	3,2	2,9	0,3	1,7	1,6
1874-1883	1,4	0,9	0,5	1,9	-0,5
1884-1892	0,9	0,4	0,5	0,4	0,4
1893-1901	1,3	0,9	0,5	0,8	0,5
1902-1913	1,3	0,7	0,7	1,1	0,2
1914-1920	1,3	0,6	0,7	1,7	-0,4
1921-1929	3,7	2,8	1,0	1,9	1,8
1930-1935	-0,1	-1,0	1,0	-1,8	1,7
1936-1944	-0,4	-1,2	0,9	-0,5	0,1
1945-1952	2,2	1,4	0,8	1,2	1,0
1953-1958	4,5	3,7	0,8	4,2	0,4
1959-1964	6,7	5,6	1,1	7,1	-0,4
1965-1974	6,9	5,9	1,1	5,7	1,2
1975-1978	3,2	2,0	1,2	6,3	-3,1
1979-1986	2,2	1,7	0,5	6,1	-3,9
1987-1992	4,4	4,2	0,3	1,1	3,3
1993-2007	3,4	2,5	0,9	1,2	2,1

Fuente: Prados de la Escosura

EL PAÍS

Crecimiento de la economía española

Variación del PIB real a precios de 2000
Tasas logarítmicas. Variación anual en %



Las tasas logarítmicas corrigen la asimetría al calcular variaciones al alza y a la baja. La serie está construida a partir de los datos del INE para el periodo 2000-2007, del enlace de las series de contabilidad nacional correspondientes a distintos años base (entre 1958 y 2000) y de la reconstrucción de las series históricas para el periodo 1850-1958 llevadas a cabo por Prados de la Escosura. 2008 y 2009: estimaciones del Banco de España y del Ministerio de Economía. Fuente: Leandro Prados de la Escosura, El progreso económico de España (Fundación BBVA), 2ª edición en preparación, y elaboración propia

